

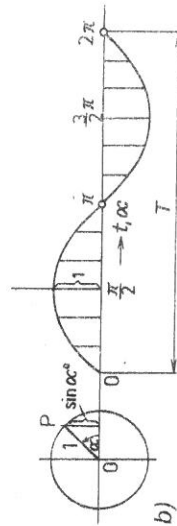
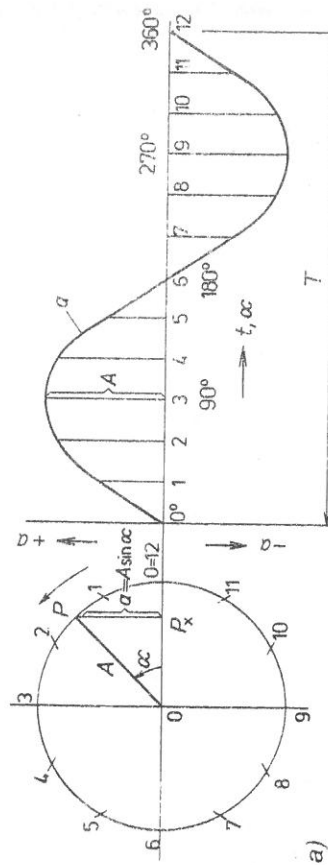
7. Střídavý proud

- Proč vznikají hysterezní ztráty?
- Vysvětlíte, proč se v magnetickém poli brzdí pohyb všech kovových, tedy i nemagnetických těles.
- Jmenujte dva materiály s velmi velkou permeabilitou.
- Jak se využívají vířivé proudy?
- Jaké škodlivé účinky mají vířivé proudy?
- Jak se omezuje vznik vířivých proudů ve střídavých elektrických strojích?
- Proč se kostry strojů na stejnosměrné napětí nevyrobí z plechů, ale z odliktů?
- Jaké jsou měrné ztráty transformátorových plechů a jaké dynamových plechů?
- Jádro transformátoru má hmotnost 520 kg. Při kmitočtu 50 Hz a magnetické indukci 1 T určete ztráty v jádru. Měrné ztráty uvažujte $1,1\text{ W}\cdot\text{kg}^{-1}$.

7.1. ZÁKLADNÍ VELIČINY SINUSOVÉHO PRŮBĚHU

Bude-li se úsečka $A = OP$ na obr. 149a otáčet kolem svého bodu O proti pohybu hodinových ručiček, bude bod P opisovat kružnici a úhel α se bude měnit od 0° do 360° . Svírá-li úsečka A s vodorovnou osou úhel α , rovná se souřadnice $PP_x = a = A \sin \alpha$ okamžitě hodnotě veličiny sinusového průběhu. Bude-li se úhel α zvětšovat od 0° do 90° , bude se úsečka a také zvětšovat, a to z nulové hodnoty až na maximální hodnotu A , tzv. amplitudu. Při zvětšení úhlu od 90° do 180° se bude úsečka a zmenšovat až na nulu, ale bude stále nad vodorovnou osou, tj. bude mít kladnou hodnotu. Při dalším zvětšování úhlu od 180° do 360° se bude úsečka a opět zvětšovat od nuly do A a pak se zase bude zmenšovat na nulu. Úsečka a leží v tomto intervalu pod vodorovnou osou, a proto okamžitě hodnoty veličiny sinusového průběhu jsou záporné.

V pravé části obr. 149a je v rozvinutí vynesena závislost úsečky a na úhlu α . Je to grafické znázornění veličiny sinusového průběhu daného



Obr. 149. a) Grafické znázornění veličiny sinusového průběhu; b) skutečná sinusoida

rovnici $a = A \sin \alpha$. Na vodorovnou osu je nanesen úhel α ve stupních a na kolmice jsou vyneseny příslušné okamžité hodnoty úsečky a . Spojením jednotlivých bodů dostaneme plynulou křivku, zvanou sinusoida.

Kdybychom za úsečku A zvolili úsečku jednotkové délky (např. 1 m), dostali bychom místo vztahu $a = A \sin \alpha$ vztah $a = \sin \alpha$. Kružnice, po které by se pohyboval bod P, by byla jednotková kružnice a *délka oblouku odpovídající určitému úhlu by udávala tento úhel v radiánech* (obr. 149b). V rozvinuté části udávají délky souřadnic ve směru svislé osy přímo hodnoty sinu úhlu α , tj. tato křivka je skutečnou sinusoidou. Na obr. 149b vidíme, že se každý sinusový průběh pro úhel od 0° do 360° skládá ze dvou stejných půlvln, z nichž jedna je nad vodorovnou osou (kladná půlvlna) a druhá pod vodorovnou osou (záporná půlvlna). Obě půlvlny znázorňují jeden kmit. Čas potřebný k proběhnutí jednoho kmitu se nazývá *perioda* a označuje se T . Počet kmitů za 1 sekundu se nazývá *kmitočet* nebo *frekvence* a označuje se f .

$$f = \frac{1}{T}$$

Kmitočet je fyzikální veličina a její jednotkou je hertz (Hz). Rozměr Hz je s^{-1} .

Jeden hertz je kmitočet periodického (opakujícího se) děje, jehož jedna perioda trvá jednu sekundu.

V rovnici $a = A \sin \alpha$ je úhel α dosazuje ve stupních. Tento úhel je však úměrný času t , a protože $360^\circ = 2\pi$ rad, můžeme jej také vyjádřit v závislosti na čase úměrou

$$\alpha : 2\pi = t : T$$

$$\alpha = \frac{2\pi t}{T} = 2\pi f t = \omega t$$

Výraz $2\pi f = \omega$ (čti **omega**) vyjadřuje úhel, který proběhne otáčející se úsečka OP za jednu sekundu. Tento úhel nazýváme *úhlový kmitočet*; udává se v radiánech za sekundu.

Pro okamžitou hodnotu sinusového průběhu píšeme tedy rovnici

$$a = A \sin \omega t$$

Při stanovení velikosti funkce časového úhlu musíme tento úhel převést na stupně, a to tak, že časový úhel v radiánech násobíme číslem 57,3. Platí totiž

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \doteq \frac{360^\circ}{6,28} \doteq 57,3^\circ$$

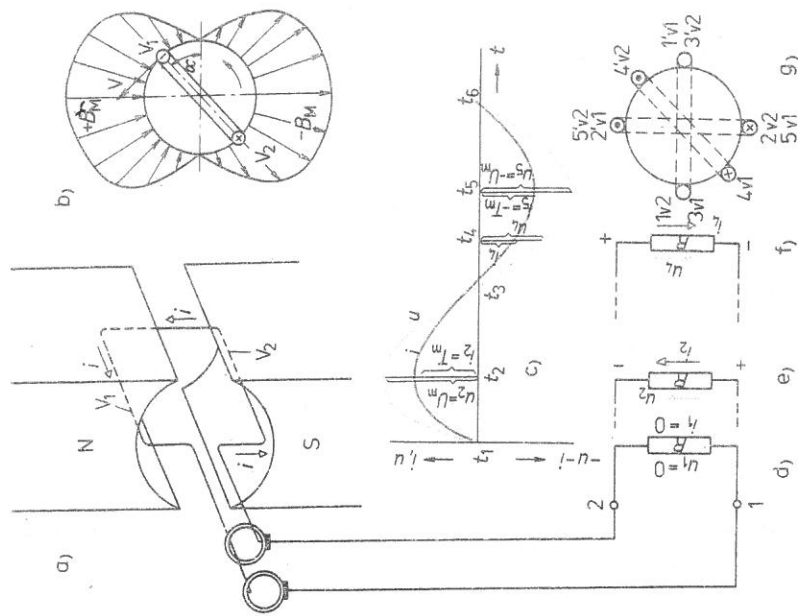
Úhel ve stupních je tedy

$$\alpha \doteq 57,3 \cdot \omega t$$

Protože na vodorovnou osu sinusového průběhu na obr. 149b vynášíme úhly vyjádřené v závislosti na čase, říkáme této ose také osa času.

Příklad 53: Převedte časový úhel 4,28 rad na stupně:

$$\alpha = 4,28 \cdot 57,3 = 245,24^\circ = 245^\circ 14' 38''$$



Obr. 150. Vznik střídavého napětí a proudu;

a) smyčka se otáčí v magnetickém poli; b) průběh magnetické indukce na rotoru; c) časový průběh střídavého (sinusového) napětí a proudu (místo T_m má být I_m); d, e, f) rezistor připojený na svorky 1 a 2; g) poloha smyčky pod póly

7.2. VZNIK SINUSOVÉHO NAPĚTÍ A PROUDU

Na obr. 150a je znázorněna smyčka (závit), která se otáčí v magnetickém poli mezi dvěma póly elektromagnetu. Konce smyčky jsou připojeny ke dvěma vodivým kroužkům, vzájemně od sebe izolovaným, na které dosedají dva kartáče. Smyčka je uložena na válci rotoru z elektrotechnických plechů, který však na obr. 150a není pro přehlednost nakreslen. Magnetické pole je buzeno stejnosměrným proudem, takže má stálou hodnotu. Póly magnetu mají takový tvar, že magnetická indukce na rotoru má průběh podle sinusoidy (obr. 150b). Indukční čáry vstupují ve vzduchové mezeře kolmo do rotoru. Magnetická indukce v libovolném místě na povrchu rotoru je dána vztahem

$$B = B_M \sin \alpha$$

Obvodová rychlost smyčky v je v každé poloze kolmá ke směru magnetické indukce a ve vodiči v_1 se indukuje napětí

$$u_s = Blv = B_M l v \sin \alpha$$

Stejně velké napětí se indukuje ve vodiči v_2 . Protože jsou vodiče v_1, v_2 spojeny do série, indukovaná napětí se v nich sčítají a mezi kartáči je okamžitá hodnota napětí

$$u_s = 2 \cdot B_M l v \sin \alpha$$

kde B_M je maximální indukce ve vzduchové mezeře [T],

l délka vodiče [m],

v obvodová rychlost rotoru [m · s⁻¹],

α úhel, který svírá rovina smyčky s vodorovnou rovinou [°].

Směr indukovaného napětí ve vodičích určíme pravidlem pravé ruky. Připojíme-li na svorky 1 a 2 (obr. 150a) vnější obvod (např. rezistor s činným odporem R) v okamžiku $t_1 = 0$ s, kdy je smyčka v poloze 1-1' (obr. 150g), neprotíná smyčka žádné indukční čáry a indukované napětí $u_1 = 0$ V a proud $i_1 = 0$ A. Je-li smyčka v čase $t_2 = 0,005$ s v poloze 2-2' (obr. 150g), indukuje se v ní napětí $u_2 = U_m$, neboť smyčka protíná místo s maximální magnetickou indukcí. Rezistorem prochází proud $i_2 = I_m$ od svorky 1 ke svorce 2 a dále smyčkou ke svorce 1. Tímto kladným směrem prochází proud tak dlouho, dokud se vodič v_1 pohybuje pod severním pólem. Po natočení smyčky do polohy 3-3' (obr. 150g), tj. v čase $t_3 = 0,01$ s, neprotíná smyčka zase žádné indukční čáry, takže se v ní neindukuje žádné napětí ($u_3 = 0$ V) a proud i_3 v obvodu poklesne na nulu.

V následujícím okamžiku přejde vodič v_1 pod jižní pól a vodič v_2 pod

pól severní. Indukované napětí v obou vodičích změní současně svůj směr a obvodem bude procházet proud od svorky 2 ke svorce 1. Svorka 2 se stane kladnou a svorka 1 zápornou, tj. jejich polarita se změní. Obvodem bude procházet proud opačným směrem tak dlouho, dokud se bude vodič v_1 pohybovat pod jižním pólem (viz okamžik $t_4 = 0,0125$ s, tj. poloha smyčky 4-4'). V poloze 5-5' bude smyčka protínat místo s maximální magnetickou indukcí a bude se v ní indukovat napětí $u_5 = U_m$. Proud v obvodu bude $i_5 = -I_m$. Potom se smyčka natočí do polohy 1-1' a dále se bude popisovaný děj opakovat. Číselné hodnoty časů t_1 až t_6 platí pro kmitočet 50 Hz.

Protože indukované napětí a proud, procházející obvodem, mění nejenom v každém okamžiku svou velikost, ale za určitý čas i svůj směr, říkáme jim střídavé napětí a střídavý proud.

Okamžitá hodnota indukovaného napětí je dána vztahem

$$u_s = U_m \sin \alpha$$

Vyjádříme-li úhel α časovým úhlem, dostaneme

$$u_s = U_m \sin \omega t$$

Vzorec pro maximální hodnotu napětí

$$U_m = 2 \cdot B_M l v$$

můžeme upravit takto:

Obvodová rychlost smyčky

$$v = \frac{\pi D n}{60}$$

kde D je průměr smyčky (rotoru) [m],

n otáčky [min⁻¹].

U dvojpólového stroje vznikne jedna perioda indukovaného napětí za jednu otáčku rotoru, tj. kmitočet se rovná otáčkám. V technické praxi se ale uvažují otáčky v jednotce min⁻¹ a platí tedy převodní vztah $f = n/60$. Proto po dosazení platí

$$U_m = 2 \cdot B_M l \frac{\pi D n}{60} = 2 \cdot B_M l \pi D f$$

Součin ID je obsah S plochy pod póly, kterou prochází magnetický tok, takže maximální napětí ve smyčce je

$$U_m = 2\pi f B_M S = \omega \Phi_m$$

Otáčeli-li se v magnetickém poli místo smyčky cívka s N závitů, indukuje se v ní maximální napětí

$$U_m = \omega N \Phi_m$$

kde ω je úhlový kmitočet v $[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$,

N počet závitů cívky,

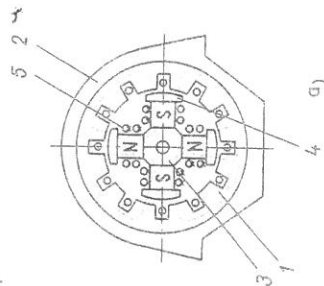
Φ_m maximální magnetický tok $[\text{Wb}]$.

Střídavé napětí sinusového průběhu získáváme v elektrárnách v generátorech, tzv. alternátorech. Jednoduchý alternátor je schematicky naznačen na obr. 151a. Skládá se ze statoru a rotoru. Stator tvoří kostra, ve které je uložen svazek plechů ve tvaru mezikružší. Na vnitřním obvodu jsou drážky, do kterých jsou uloženy cívky vinutí. V dutině statoru se otáčí rotor, který je u dvupólového stroje válcový a u mnohópólového stroje má vyniklé póly. Na těchto pólech jsou buďcí cívky. Jsou zapojeny tak, že se střídá severní pól s jižním pólem. Póly mají nástavce tvarované tak, aby ve vzdychové mezeře mezi póly a státorem byla magnetická indukce rozložena podle sinusoidy (obr. 151b). Největší magnetická indukce je v ose magnetu, nejmenší mezi póly. Otáčeli-li se rotor, protíná jeho magnetické pole cívky vnitřního statoru, ve kterém se indukuje střídavé napětí sinusového průběhu. Toto uspořádání má tu výhodu, že střídavé napětí odvádíme z pevných svorek statoru.

Kmitočet indukovaného napětí závisí na otáčkách a na počtu pólůvých dvojic. Problème-li pod vinutím statoru jedna pólůvá dvojice, bude se v něm indukovat napětí jedné periody. Při p pólůvých dvojicích bude počet periody p . Koná-li rotor n otáček za minutu, proběhne vinutí pod cívkami $n/60$ krát za sekundu a počet periody za sekundu bude také $n/60$ krát větší.

Podle uvedeného výkladu je kmitočet indukovaného napětí dán vztahem

$$f = \frac{pn}{60}$$



Obr. 151. Uspořádání alternátoru;

- a) 1 – stator, 2 – kostra, 3 – rotor, 4 – pólův nástavec, 5 – buďcí vinutí;
b) rozložení magnetické indukce ve vzdychové mezeře

kde f je kmitočet $[\text{Hz}]$,

p počet pólůvých dvojic rotoru,

n otáčky rotoru $[\text{min}^{-1}]$.

Příklad 54: Určete okamžitou hodnotu střídavého napětí po 1,041 s od průchoď počátkem, je-li doba kmitu 0,02 s a maximální hodnota napětí 250 V.

$U_m = 250 \text{ V}$, $T = 0,02 \text{ s}$, $t = 1,04 \text{ s}$

Okamžitá hodnota napětí $u = U_m \sin \omega t$.
Kmitočet

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02} \text{ Hz} = 50 \text{ Hz}$$

Časový úhel převedeme na stupně.

$$\omega t = 2\pi f t = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,041 \text{ rad} = 104,1 \cdot \pi \text{ rad}$$

Odečteme maximální počet sudých π , neboť počítáme od počátku poslední periody, tj. $104 \cdot \pi \text{ rad}$, takže zbude $0,1 \cdot \pi \text{ rad} \cong 0,1 \cdot 180^\circ \cong 18^\circ$.

Okamžitá hodnota střídavého napětí

$$u = U_m \sin 18^\circ = 250 \cdot 0,309 \text{ V} = 77,25 \text{ V}$$

Příklad 55: Jaké otáčky má šestipólový alternátor, je-li kmitočet odebraného napětí 50 Hz.

$p = 3$, $f = 50 \text{ Hz}$

$$f = \frac{pn}{60}$$

z toho

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} \text{ min}^{-1} = 1000 \text{ min}^{-1}$$

Alternátor má otáčky 1000 min^{-1} .

7.3. HODNOTY STŘÍDAVÉHO PROUDU A NAPĚTÍ

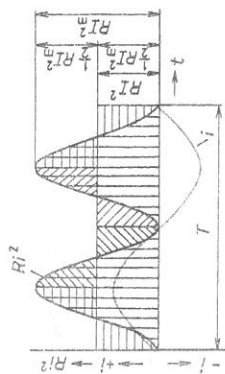
V minulém článku jsme poznali, že střídavý proud i napětí mají v každém okamžiku jinou velikost, a proto u nich rozeznáváme:

- a) *okamžitá hodnota*, tj. hodnoty odpovídající určitému okamžiku; označujeme je malými písmeny i , u ;
b) *maximální hodnota*, tj. největší okamžitá hodnota; označujeme je I_m , U_m ;
c) *efektivní hodnota*; označujeme je I , U ;
d) *střední hodnota*; označujeme je I_{AV} , U_{AV} .

Efektivní hodnoty jsou pro praxi nejdůležitější. Jsou to hodnoty naměřené běžnými ručkovými přístroji (elektromagnetickými, tepelnými). Tyto hodnoty jsou také vyznačeny na štítku elektrického stroje a přístroje.

Řekneme-li, že střídavé napětí je 220 V a střídavý proud je 10 A, jsou tím vždy míněny efektivní hodnoty.

Vzhledem k popisovaným změnám velikosti, průběhu a směru střídavého proudu a napětí se mění okamžitý výkon dodávaný do obvodu. Abychom určili celkovou práci vykonanou při průchodu střídavého proudu za určitou dobu, porovnáme tuto práci se stejně velkou prací vykonanou při průchodu stejnosměrným proudem. Např. elektrickým varičem procházeli po dobu t jednou střídavý proud a podruhé (po stejnou dobu) stejnosměrný proud. Budou-li v obou případech tepelné účinky stejné, bude se práce při průchodu střídavého proudu rovnat práci při průchodu stejnosměrného proudu.



Obr. 152. Určení efektivní hodnoty střídavého proudu

Okamžitý výkon Ri^2 má průběh sinusový, s dvojnásobným kmitočtem a s osou posunutou nad časovou osu, neboť druhé mocniny záporných okamžitých hodnot proudu jsou kladné. Svisle vyšrafovaná plocha mezi křivkou Ri^2 a osou času (obr. 152) udává práci střídavého proudu za dobu T . Převedeme-li tuto plochu na obdélník s délkou odpovídající T , bude jeho šířka odpovídat stejnosměrnému proudu, který vykonává stejně velkou práci. Podle obr. 152 je

$$RI^2T = R \frac{I_m^2 T}{2}$$

Z toho

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707I_m$$

Hodnota proudu I se rovná efektivní hodnotě střídavého proudu. Efektivní hodnota střídavého proudu je myšlená hodnota stejnosměrného proudu, který v rezistoru za stejnou dobu vyvolá stejné tepelné účinky jako uvažovaný střídavý proud. Proto nerozlišujeme tepelné spotřebiče (např. vaříčec, žárovky apod.) na střídavý a stejnosměrný proud.

Podobně bychom mohli odvodit efektivní hodnotu střídavého napětí

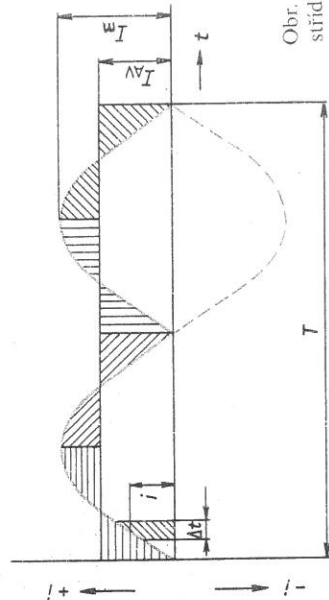
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707U_m$$

Známe-li efektivní hodnoty, můžeme určit maximální hodnoty.

$$I_m = \sqrt{2}I \approx 1,41I$$

$$U_m = \sqrt{2}U \approx 1,41U$$

Střední hodnoty střídavého proudu nebo napětí mají význam pouze pro usměrněný střídavý proud a napětí.



Obr. 153. Určení střední hodnoty střídavého proudu

Na obr. 153 je znázorněn průběh usměrněného střídavého proudu. Ploška s rozměry $i \Delta t$ vyjadřuje náboj, který prošel obvodem za dobu Δt . Obsah plochy ohraničené oběma půlvlnami a časovou osou odpovídá náboji, jenž prošel obvodem za dobu T . Převedeme-li tuto plochu na obdélník se stejnou plochou, bude jeho šířka odpovídat střední hodnotě usměrněného střídavého proudu. Lze dokázat, že

$$I_{AV} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637I_m$$

Podobně

$$U_{AV} = \frac{2}{\pi} U_m = 0,637 U_m$$

Střední hodnota střídavého proudu se rovná myšlené hodnotě stejnosměrného proudu, který má stejné chemické účinky jako uvažovaný střídavý usměrněný proud.

Příklad 56: Akumulátor se nabíjel usměrněným střídavým proudem 10 A po dobu 20 hodin. Vypočítejte, jaký elektrický náboj prošel akumulátorem. $I = 10 \text{ A}$, $t = 20 \text{ h}$,

$$Q = I_{AV} t$$

$$I_{AV} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 \cdot I_m = 0,637 \cdot \sqrt{2} \cdot I = 0,3637 \cdot 1,41 \cdot 10 \text{ A} = 9 \text{ A}$$

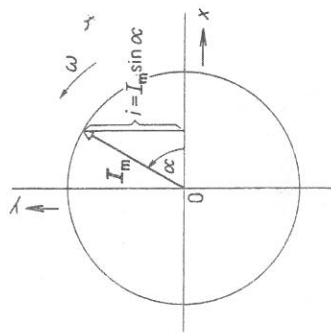
$$I_{AV} t = 9 \cdot 20 \text{ A} \cdot \text{h} = 180 \text{ A} \cdot \text{h}$$

Akumulátor přijal elektrický náboj $Q = 180 \text{ A} \cdot \text{h}$.

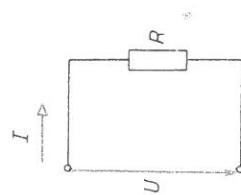
7.4. ZNÁZORŇOVÁNÍ SINUSOVÝCH VELIČÍN FÁZORY

Při znázorňování veličin sinusového průběhu sinusoidami jsme poznali, že okamžité hodnoty sinusových veličin jsou určeny průměty otáčející se úsečky na vodorovnou osu. Přitom délka úsečky se rovná maximální hodnotě (amplitudě) sinusové veličiny a úhel, který svírá rotující úsečka s kladným směrem osy x , určuje její okamžitou polohu (obr. 154).

Fázor se graficky znázorňuje úsečkou. Délka úsečky odpovídá maximální hodnotě (amplitudě) zobrazované veličiny (U_m, I_m). Směr fázoru je dán



Obr. 154. Znárodnění střídavého proudu fázorem



Obr. 155. Rezistor v obvodu střídavého proudu

úhlem α , který svírá fázor s kladným směrem osy x . *Orientace fázoru se vy- značuje šipkou na konci úsečky. Pro fázor napětí je šipka otevřená, pro fázor proudu uzavřená. Fázor se otáčí v kladném smyslu otáčení, tj. proti pohybu hodinových ručiček. Fázor má tedy vlastnosti vektoru, ale nemá fyzikální význam, jako má např. vektor síly nebo vektor intenzity magnetického pole. Fázor vyjadřuje sinusový průběh veličiny a jeho zavedení do znázorňování sinusových veličin umožňuje jednodušší početní i grafické řešení elektrických obvodů střídavého proudu (sinusového průběhu) podle pravidel platných pro počítání s vektory v rovině.*

Obrazec znázorňující sinusové veličiny pomocí fázorů nazýváme fázorový diagram. Při jeho kreslení je třeba se řídit těmito zásadami:

- Fázor se otáčí úhlovou rychlostí $\omega = 2\pi f$ proti směru hodinových ručiček; v diagramu je to vyznačeno šipkou ω .
- Do jednoho diagramu můžeme zakreslit jen fázory těch sinusových veličin, které mají stejný kmitočet.
- Fázory skládáme a rozkládáme podle stejných pravidel jako vektory, tj. skládáme a rozkládáme je pomocí rovnoběžníku nebo trojúhelníku.
- Sčítat nebo odčítat můžeme fázory téže sinusové veličiny, např. fázory proudu, fázory napětí atd. Výslednici je zase sinusová veličina s týmž kmitočtem.
- Fázorové diagramy lze kreslit také pro efektivní hodnoty sinusových veličin. Výsledná hodnota je potom také efektivní hodnota. *Maximální hodnotu z efektivní hodnoty dostaneme, znásobíme-li ji $\sqrt{2}$.*
- Fázory kreslené nad osou x znázorňují kladné hodnoty, fázory kreslené pod osou x znázorňují hodnoty sinusových veličin opačného směru. Fázory ležící v ose x znamenají nulové okamžité hodnoty, kdežto fázory ležící v ose y odpovídají pro uvažovaný okamžik maximálním okamžitým hodnotám sinusových veličin.

g) Při psaní (rukou nebo strojem) označujeme fázory dohodnutou značkou – střihkou nad písmenem (např. \hat{U} , \hat{I}). V tisku je vyznačujeme polo- tučným kurzívním gílem (\mathbf{U} , \mathbf{I}).

7.5. REZISTOR V ELEKTRICKÉM OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

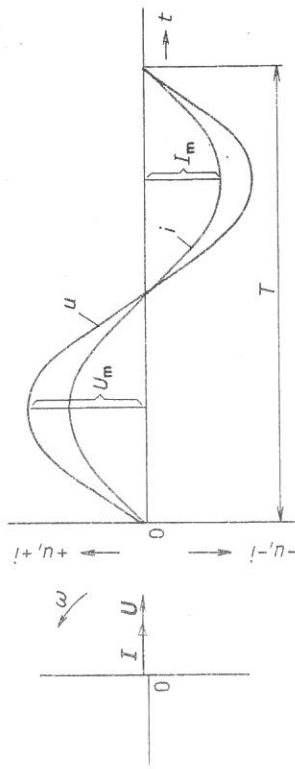
Na obr. 155 je schéma elektrického obvodu střídavého proudu, ve kterém je zapojen rezistor (spotřebič) s činným odporem. Činný odpor mají tepelné spotřebiče (např. vařič, žehlička, akumulární kama), ale i žárovka. Jsou to spotřebiče, u nichž můžeme zanedbat indukčnost i kapacitu. Po při-

pojení na střídavé (sinusové) napětí prochází spotřebičem střídavý proud, jehož okamžitá hodnota podle Ohmova zákona je

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R}$$

$$\frac{U_m}{R} = I_m \quad \text{neboli} \quad i = I_m \sin \omega t$$

Střídavý proud i procházející rezistorem má také sinusový průběh, se stejným kmitočtem jako svorkové napětí. Snadno se o tom můžeme přesvědčit na osciloskopu.



Obr. 156. Znárodnění střídavého napětí a proudu v obvodu rezistorem

Osciloskop je přístroj, který po připojení k elektrickému obvodu zaznamená na obrazovce průběh proudu a napětí v závislosti na čase. Na obrazovce uvidíme dvě sinusoidy (obr. 156). Ze záznamu sinusoid je patrné, že střídavý proud i procházející rezistorem sleduje přesně změny svorkového střídavého napětí. Při maximální hodnotě napětí je i hodnota proudu maximální; pro $u = 0$ V je rovněž proud $i = 0$ A. O takovém proudu a napětí říkáme, že jsou ve fázi. Ve fázorovém diagramu znázorňujeme proud a napětí ve fázi podle obr. 156. Fázor proudu a fázor napětí kreslíme ve vodorovné ose. Oba fázory odpovídají efektivním hodnotám.

Dosadíme-li do vztahu

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

efektivní hodnoty, dostaneme

$$\sqrt{2} I = \frac{\sqrt{2} U}{R}$$

Z toho

$$I = \frac{U}{R}$$

Pro jednoduchý elektrický obvod střídavého proudu s rezistorem s činným odporem R platí tedy Ohmův zákon ve stejném tvaru, jako pro elektrický obvod stejnosměrného proudu s rezistorem s odporem R .

Zavedeme-li místo činného odporu vodivost (konduktanci)

$$G = \frac{1}{R}$$

dostaneme Ohmův zákon ve tvaru

$$I = GU$$

V obvodu s rezistorem s činným odporem se veškerá elektrická energie přeměňuje v teplo.

7.6. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Co je to perioda sinusového průběhu?
2. Co je to kmitočet (frekvence) veličiny sinusového průběhu?
3. Jak označujeme periodu a jak kmitočet?
4. Jak vypočítáme kmitočet, známe-li periodu?
5. Čemu se rovná úhlový kmitočet?
6. Jak převedeme radiány na stupně?
7. Co to je amplituda sinusového napětí?
8. Z které rovnice vypočítáme okamžitou hodnotu veličiny sinusového průběhu?
9. Vysvětlíte vznik střídavého napětí a střídavého proudu podle obr. 150a až 150g.
10. Popište stručně alternátor.
11. Který vzorec platí pro výpočet maximální hodnoty (amplitudy) střídavého napětí?
12. Vyjádřete závislost mezi otáčkami rotoru alternátoru, počtem pólových dvojic rotoru a kmitočtem indukovaného střídavého napětí.
13. Jaké hodnoty rozeznáváme u střídavého napětí a u střídavého proudu?
14. Co je efektivní hodnota střídavého proudu?
15. Jaký je vztah mezi maximální a efektivní hodnotou?

Dosadíme-li za $U_L = IX_L$ a za $U_C = IX_C$, dostaneme

$$U = I(X_L - X_C)$$

Výsledná reaktance obvodu

$$X = X_L - X_C$$

Výsledná jalová vodivost

$$B = \frac{1}{X}$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{X}$$

Příklad 62: Cívka s indukčností 12,7 mH a kondenzátor s kapacitou 200 μF jsou zapojeny do série a prochází jimi střídavý proud 5 A. Určete, na jaké napětí s kmitočtem 50 Hz jsou připojeny. Schéma zapojení a fázorový diagram jsou na obr. 183 a 184.

Uvažujeme ideální cívku a ideální kondenzátor.

$L = 12,7 \text{ mH} = 0,0127 \text{ H}$, $C = 200 \mu\text{F} = 200 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $I = 5 \text{ A}$,
 $f = 50 \text{ Hz}$

Indukční reaktance

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,0127 \Omega = 4 \Omega$$

Kapacitní reaktance

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} \Omega = 16 \Omega$$

Úbytek napětí na cívce a kondenzátoru

$$U_L = IX_L = 5 \cdot 4 \text{ V} = 20 \text{ V}$$

$$U_C = IX_C = 5 \cdot 16 \text{ V} = 80 \text{ V}$$

Napětí zdroje

$$U = U_C - U_L = (80 - 20) \text{ V} = 60 \text{ V}$$

Obdobně platí

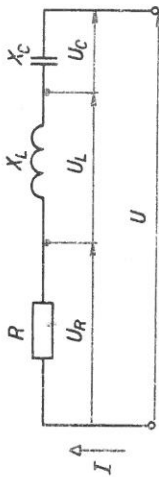
$$X = X_C - X_L$$

$$X = (16 - 4) \Omega$$

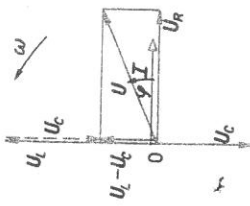
$$X = 12 \Omega$$

7.14.4. Sériové zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru

Schéma sériového obvodu s rezistorem s činným odporem R , ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je na obr. 186 a jeho fázorový diagram je na obr. 187.



Obr. 186. Rezistor, cívka a kondenzátor zapojené v sérii



Obr. 187. Fázorový diagram pro obvod na obr. 186

Při kreslení fázorového diagramu postupujeme takto:

- Proud je v celém obvodu stejný. Jeho fázor nakreslíme ve zvolené velikosti do kladného směru vodorovné osy.
- Úbytek napětí na rezistoru $U_R = IR$ je s proudem ve fázi. Znáznovíme jej fázorem, který má stejný směr jako fázor proudu.
- Úbytek napětí na cívce $U_L = IX_L = I\omega L$ předbíhá proud o úhel 90° (tj. $\pi/2$), a proto jeho fázor nakreslíme v kladném směru svislé osy.
- Úbytek napětí na kondenzátoru $U_C = IX_C = I(1/\omega C)$ je zpožděn za proudem o úhel 90° (tj. $\pi/2$), takže jeho fázor kreslíme v záporném směru svislé osy.
- Geometrický součet fázorů úbytků napětí U_R , U_L a U_C se rovná fázoru svorkového napětí zdroje U .

$$U = U_R + U_L + U_C$$

Mezi svorkovým napětím a proudem je fázový posun φ kladný nebo záporný podle toho, zda má výsledná reaktance charakter indukčnosti nebo kapacity. Převládá-li v obvodu indukčnost nad kapacitou ($X_L > X_C$), je proud zpožděn za svorkovým napětím a fázový posun je kladný, $+\varphi$. V obvodu, ve kterém převládá kapacita nad indukčností ($X_C > X_L$), předbíhá proud svorkové napětí a fázový posun je záporný, $-\varphi$.

Po nakreslení fázorového diagramu řešíme obvod matematicky. Předpokládáme, že $X_L > X_C$.

Z trojúhelníku napětí vypočítáme svorkové napětí

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Výraz s odmocninou je impedance uvažovaného obvodu

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Platí tedy

$$U = IZ$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{Z}$$

Admitance obvodu

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Z trojúhelníků odporů vyplývá (obr. 188)

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

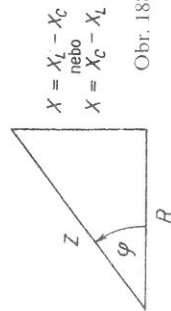
$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{X}{Z} = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{Z} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega ZC}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{\omega^2 LC - 1}{R\omega C}$$

$$R = Z \cos \varphi \quad X = Z \sin \varphi$$

Pro obvod, ve kterém převládá kapacita nad indukčností ($X_C > X_L$), je ve všech odvozených vztazích výsledná reaktance $X = X_C - X_L$.



Obr. 188. Trojúhelník odporů

Příklad 63: Rezistor s činným odporem $14,5 \Omega$, cívka s indukčností $0,2 \text{ H}$ a kondenzátor s kapacitou $150 \mu\text{F}$ jsou zapojeny v sérii a obvodem prochází proud 5 A . Určete svorkové napětí s kmitočtem 50 Hz , úbytky napětí U_R , U_L , U_C , indukční a kapacitní reaktance X_L a X_C , impedanci Z a fázový posun φ .

Schéma zapojení a fázorový diagram jsou na obr. 186 a 187.

$R = 14,5 \Omega$, $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 150 \mu\text{F} = 150 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $I = 5 \text{ A}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Nejdříve určíme indukční a kapacitní reaktance.

$$X_L = \omega L = 2 \cdot \pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,2 \Omega = 62,8 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot \pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 10^{-6}} \Omega = 21,2 \Omega$$

Úbytky napětí

$$U_R = IR = 5 \cdot 14,5 \text{ V} = 72,5 \text{ V}$$

$$U_L = IX_L = 5 \cdot 62,8 \text{ V} = 314 \text{ V}$$

$$U_C = IX_C = 5 \cdot 21,2 \text{ V} = 106 \text{ V}$$

Podle fázorového diagramu je svorkové napětí

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{72,5^2 + (314 - 106)^2} \text{ V} = \sqrt{48\,520} \text{ V} \approx 220 \text{ V}$$

Impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} \Omega = 44 \Omega$$

Fázový posun

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{14,5}{44} \approx 0,33395$$

$$\varphi \approx 70^\circ 46'$$

7.14.5. Paralelní zapojení rezistoru a cívky

Schéma paralelního obvodu s rezistorem s činným odporem R a ideální cívkou s indukčností L je na obr. 189. Fázorový diagram je na obr. 190. Při kreslení fázorového diagramu vycházíme od řídicího fázoru; tím je při paralelním zapojení fázor svorkového napětí U , neboť je na rezistoru i na cívce stejné napětí. Řídicí fázor U ve zvolené velikosti nakreslíme do kladného směru vodorovné osy. Proud procházející rezistorem je ve fázi

Je-li $I_C > I_L$, je výsledná kapacitní susceptance obvodu

$$B_C = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L}$$

a výsledná kapacitní reaktance je

$$X_C = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

Rovná-li se indukční vodivost B_L kapacitní vodivosti B_C , rovná se výsledná vodivost obvodu nule a v ustáleném stavu neprochází proudy obvodu žádný proud; $I = I_L - I_C = 0$ A.

Kondenzátor se vybíjí a nabíjí proudem procházejícím cívkou.

Příklad 64: Jak velký proud prochází obvodem složeným z cívky s indukčností 3 H a kondenzátoru s kapacitou 20 μ F, zapojených paralelně a připojených na svorkové napětí 220 V, 50 Hz.

První způsob řešení:

$$L = 3 \text{ H}, C = 20 \mu\text{F} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ F}, U = 220 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}$$

Indukční reaktance

$$X_L = \omega L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 3 \Omega = 942 \Omega$$

Kapacitní reaktance

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \Omega = \frac{10^6}{314 \cdot 20} \Omega = 159,2 \Omega$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = \frac{220}{314 \cdot 3} \text{ A} = 0,23 \text{ A}$$

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = U\omega C = 220 \cdot 314 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 1,38 \text{ A}$$

Celkový proud procházející obvodem

$$I = I_C - I_L = (1,38 - 0,23) \text{ A} = 1,15 \text{ A}$$

Druhý způsob řešení:

Výsledná reaktance obvodu

$$X = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1} = \frac{314 \cdot 3}{314^2 \cdot 3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} - 1} \Omega = 191,46 \Omega$$

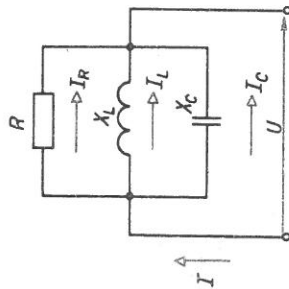
Celkový proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{X} = \frac{220}{191,46} \text{ A} = 1,15 \text{ A}$$

Z výpočtu je vidět, že příklad lze řešit několika způsoby, ale při řešení se snažíme volit jednodušší postup.

● 7.14.8. Paralelní zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru

Při paralelním zapojení rezistoru s činným odporem R , ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je svorkové napětí zdroje na všech paralelních větvích stejné (obr. 197). Fázorový diagram na obr. 198 nakreslíme podle pravidel uvedených v předcházejících částech.



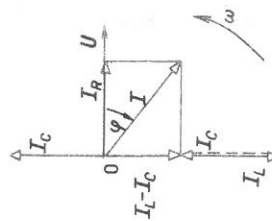
Obr. 197. Rezistor, cívka a kondenzátor zapojené paralelně

Proud procházející rezistorem

$$I_R = \frac{U}{R} = UG$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = UB_L$$



Obr. 198. Fázorový diagram pro obvod na obr. 197

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U\omega C = UB_C$$

Fázor celkového proudu I procházejícího obvodem dostaneme, sečte-li geometricky fázory I_R , I_C a I_L .
Pro $I_L > I_C$ platí podle Pythagorovy věty

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

$$I = U \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

Výraz pod odmocninou je admittance obvodu

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

Převrácená hodnota admittance je impedance

$$Z = \frac{1}{Y}$$

Fázový posun vyplývá z trojúhelníku proudů nebo z trojúhelníku vodivosti

$$U$$

$$\frac{I_R}{I} = \frac{R}{Z}$$

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{G}{Y} = \frac{R}{Z}$$

$$\frac{Z}{Z}$$

► **Příklad 65:** Rezistor s činným odporem 44Ω , cívka s indukčností $0,7 \text{ H}$ a kondenzátor s kapacitou $50 \mu\text{F}$ jsou zapojeny paralelně a připojeny na zdroj napětí 220 V , 50 Hz . Určete I_R , I_L , I_C , I , Z , Y a φ .
 $R = 44 \Omega$, $L = 0,7 \text{ H}$, $C = 50 \mu\text{F} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$
Proud procházející rezistorem

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{44} = 5 \text{ A}$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = \frac{220}{314 \cdot 0,7} \text{ A} \approx 1 \text{ A}$$

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = U\omega C = 220 \cdot 314 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 3,45 \text{ A}$$

Celkový proud procházející obvodem

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{5^2 + (3,45 - 1)^2} \text{ A} = \sqrt{31} \text{ A}$$

$$I = 5,57 \text{ A}$$

Impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5,57} \Omega \approx 42 \Omega$$

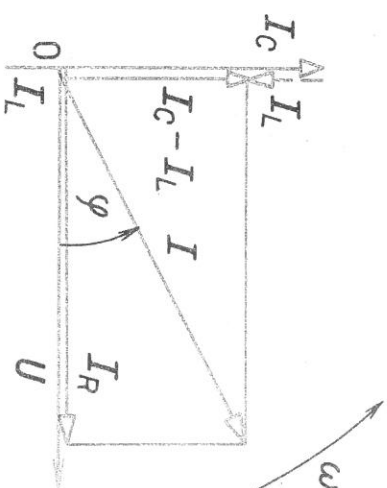
Admittance

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{42} \text{ S} \approx 0,024 \text{ S}$$

Fázový posun

$$\cos \varphi = \frac{Z}{R} = \frac{42}{44} = 0,9545; \quad \varphi = 5^\circ 30'$$

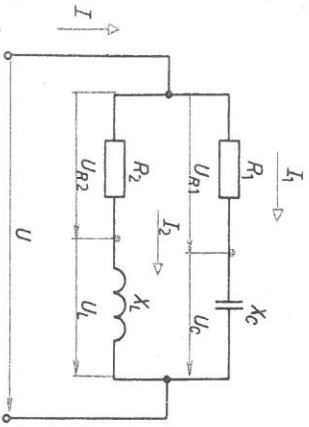
► Fázorový diagram nakreslený v měřítku je na obr. 199. Měřitko napětí: $1 \text{ cm} \approx 40 \text{ V}$, měřítko proudu: $1 \text{ cm} \approx 1 \text{ A}$.



Obr. 199. Fázorový diagram k příkladu 63

▽ **Příklad 66:** Rezistory, kondenzátor a cívka jsou zapojeny podle obr. 200. Činné odpory $R_1 = 24 \Omega$ a $R_2 = 6 \Omega$, kapacitní reaktance $X_C = 7 \Omega$ a indukční reaktance $X_L = 8 \Omega$. Obvod je připojen na zdroj napětí 100 V, 50 Hz.

Určete: a) impedanci větve s kondenzátorem a cívkou, b) proudy I_1 , I_2 , c) napětí U_{R1} , U_{R2} , U_C , U_L , d) fázové posuny ve větvích, e) proud odebraný ze zdroje, f) impedanci a admittanci obvodu, g) fázový posun obvodu, h) kapacitu a indukčnost obvodu, ch) odpor a reaktanci náhradního obvodu.



Obr. 200. Schéma obvodu k příkladu 64

Fázorový diagram na obr. 201 nakreslíme takto: Nejdříve nakreslíme fázor U svorkového napětí, které je pro obě větve společné. Proud I_1 předbíhá svorkové napětí U o úhel φ_1 . S proudem I_1 je ve fázi napětí U_{R1} , a k němu je kolmé napětí U_C . Opíšeme proto kružnici s průměrem U . Bod, ve kterém fázor U_{R1} protne kružnici, spojíme s koncem fázoru U , a tím dostaneme pravouhlý trojúhelník $U_{R1}UU_C$. Proud I_2 je zpožděn za svorkovým napětím U o úhel φ_2 a je ve fázi s napětím U_{R2} . Stejným způsobem nakreslíme pravouhlý trojúhelník napětí $U_{R2}UU_L$. Výsledný proud se rovná geometrické součtu I_1 a I_2 . Fázový posun proudu I proti svorkovému napětí U je φ .

$R_1 = 24 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $X_C = 7 \Omega$, $X_L = 8 \Omega$, $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$

a) Impedance větve R_1C

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_C^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} \Omega = \sqrt{625} \Omega = 25 \Omega$$

Impedance větve R_2L

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} \Omega = \sqrt{100} \Omega = 10 \Omega$$

b) Proud I_1 a I_2

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{25} \text{ A} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{100}{10} \text{ A} = 10 \text{ A}$$

c) Úbytky napětí na rezistorech, kondenzátoru a cívkě

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 4 \cdot 24 \text{ V} = 96 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 10 \cdot 6 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

$$U_C = I_1 X_C = 4 \cdot 7 \text{ V} = 28 \text{ V}$$

$$U_L = I_2 X_L = 10 \cdot 8 \text{ V} = 80 \text{ V}$$

d) Fázové posuny ve větvích

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{24}{25} = 0,96$$

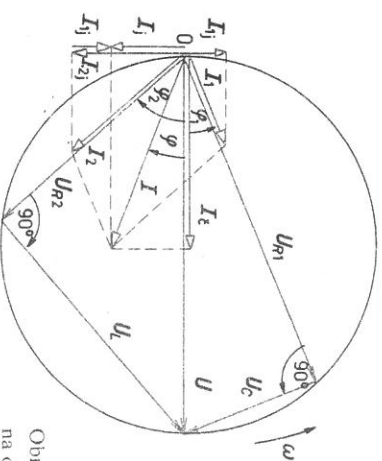
$$\varphi_1 = 16^\circ 15' 37''$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{X_C}{Z_1} = \frac{7}{25} = 0,28$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{X_L}{Z_2} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\varphi_2 = 53^\circ 7' 48''$$



Obr. 201. Fázorový diagram obvodu na obr. 200

e) Proud odebraný ze zdroje určíme sečtením proudů I_1 a I_2 . Abychom jej vypočítali, rozložíme fázový proud I_1 a I_2 do vodorovné a svislé osy. Složka proudu ve vodorovné ose

$$I_x = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2$$

$$I_x = (4 \cdot 0,96 + 10 \cdot 0,6) \text{ A} = 9,84 \text{ A}$$

Složka proudu ve svislé ose

$$I_y = I_2 \sin \varphi_2 - I_1 \sin \varphi_1$$

$$I_y = (10 \cdot 0,8 - 4 \cdot 0,28) \text{ A}$$

$$I_y = 6,88 \text{ A}$$

Celkový proud odebraný ze zdroje vypočítáme podle Pythagorovy věty

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{9,84^2 + 6,88^2} \text{ A} = \sqrt{114,16} \text{ A} = 12 \text{ A}$$

f) Impedance a admittance obvodu

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{12} \Omega = 8,33 \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{8,33} \text{ S} = 0,12 \text{ S}$$

g) Fázový posun v obvodu

$$\cos \varphi = \frac{I_x}{I} = \frac{9,84}{12} = 0,82$$

$$\varphi = 34^\circ 55'$$

$$\sin \varphi = \frac{I_y}{I} = \frac{6,88}{12} = 0,573$$

h) Kapacita kondenzátoru a indukčnost cívky zapojených v obvodu

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 7} \text{ F} = 0,000455 \text{ F} = 455 \mu\text{F}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{8}{314} \text{ H} = 0,0255 \text{ H} = 25,5 \text{ mH}$$

ch) Obvod lze nahradit rezistorem s odporem

$$R_n = Z \cos \varphi = 8,33 \cdot 0,82 \Omega = 6,83 \Omega$$

a cívkou s reaktancí

$$X_{nL} = Z \sin \varphi = 8,33 \cdot 0,573 \Omega = 4,78 \Omega$$

Indukčnost této cívky

$$L_n = \frac{X_{nL}}{\omega} = \frac{4,78}{314} \text{ H} = 0,0152 \text{ H} = 15,2 \text{ mH}$$

7.15. OTÁZKY A CVIČENÍ

- Co to je složený obvod střídavého proudu?
- Co je to impedance elektrického obvodu?
- Co je to admittance elektrického obvodu a jak se vypočítá z impedance?
- Která fyzikální veličina je řídicím fázorem při sériovém zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru?
- Která fyzikální veličina je řídicím fázorem při paralelním zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru?
- Vysvětlete postup při kreslení fázorového diagramu sériového obvodu, ve kterém jsou zapojeny rezistor, cívka a kondenzátor.
- Vysvětlete postup při kreslení fázorového diagramu paralelního obvodu, ve kterém jsou zapojeny rezistor, cívka a kondenzátor.
- Co je to fázový posun a z čeho jej určíme?
- Vymenujte strany trojúhelníku odporů a určete, pro který obvod jej kreslíme.
- Vymenujte strany trojúhelníku vodivosti a určete, pro který obvod jej kreslíme.
- Rezistor s činným odporem 4Ω a cívka s indukční reaktancí 3Ω jsou zapojeny v sérii a připojeny na napětí 24 V , 50 Hz . Nakreslete fázorový diagram a určete: Z , I , φ , L , U_R , U_L .
- Rezistor s činným odporem 12Ω a kondenzátor s kapacitní reaktancí 5Ω jsou zapojeny v sérii a připojeny na napětí 26 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a určete: Z , I , φ , U_R , U_C a C .
- Cívka s indukčností $0,5 \text{ H}$ a rezistor s činným odporem 368Ω jsou paralelně připojeny ke zdroji napětí 220 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení a vypočítejte: I_R , I_L , I , Z , φ .
- Kondenzátor s kapacitou $332 \mu\text{F}$ a rezistor s činným odporem 12Ω jsou připojeny paralelně na napětí 48 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: I_R , I_C , I , Z a φ .

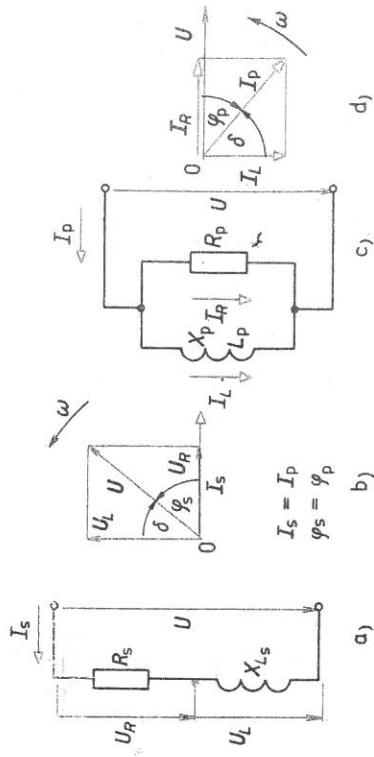
15. Kondenzátor s kapacitou $31,8 \mu\text{F}$ a cívka s indukčností $0,159 \text{ H}$ jsou paralelně připojeni na zdroj napětí 220 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: I_L , I_C , I , X a B .
16. Kondenzátor s kapacitou $300 \mu\text{F}$, cívka s indukčností $0,08 \text{ H}$ a rezistor s činným odporem 12Ω jsou zapojeny v sérii a připojeni na napětí 120 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: Z , I , U_R , U_L a U_C a φ .
17. Rezistor s činným odporem 25Ω , kondenzátor s kapacitní reaktancí 100Ω a cívka s indukční reaktancí 25Ω jsou paralelně připojeni na napětí 100 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: I_R , I_C , I_L , I , Z , L , C a φ .
18. Rezistor s činným odporem 20Ω je zapojen v sérii s cívkou s indukčností L a obvod je připojen na zdroj napětí 120 V , 50 Hz , ze kterého odebírá proud 2 A . Vypočítejte: Z , L , φ , U_R , U_L a nakreslete fázorový diagram v měřítku $1 \text{ mm} \cong 1 \text{ V}$, $1 \text{ cm} \cong 0,5 \text{ A}$.
19. Rezistor s činným odporem $R_1 = 24,8 \Omega$ je zapojen v sérii s cívkou s indukčností $0,1 \text{ H}$. Paralelně k nim je připojen rezistor s činným odporem $R_2 = 240 \Omega$. Obvod je připojen na napětí 120 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: I_1 , I_2 , I , Z , φ , U_{R1} , U_L .
20. Cívka s indukční reaktancí 10Ω a kondenzátor s kapacitní reaktancí 15Ω jsou zapojeny v sérii a k nim je paralelně připojen rezistor s činným odporem 10Ω . Obvod je připojen na napětí 100 V , 50 Hz . Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: proud I_1 procházející cívkou a kondenzátorem, proud I_2 procházející rezistorem, celkový proud I , úbytky napětí U_L a U_C , fázový posun φ a impedanci Z .

7.16. DUÁLNÍ OBVODY STRÍDAVÉHO PROUDU

Výpočet obvodu střídavého proudu se někdy zjednoduší, nahradíme-li sériové zapojení rezistoru s cívkou nebo rezistoru s kondenzátorem paralelním zapojením nebo naopak (obr. 202 a 203). Velikost činného odporu, velikost indukčnosti a velikost kapacity jsou však v náhradním zapojení jiné než v původním zapojení, ale impedance a fázový posun pro oba obvody zůstávají stejné. *Náhradní zapojení* ale vyhovuje jen *při kmitočtu*, pro který bylo vypočítáno.

Pro přepočítání sériového obvodu na duální (rovnocenný) paralelní obvod lze odvodit vztahy

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \quad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

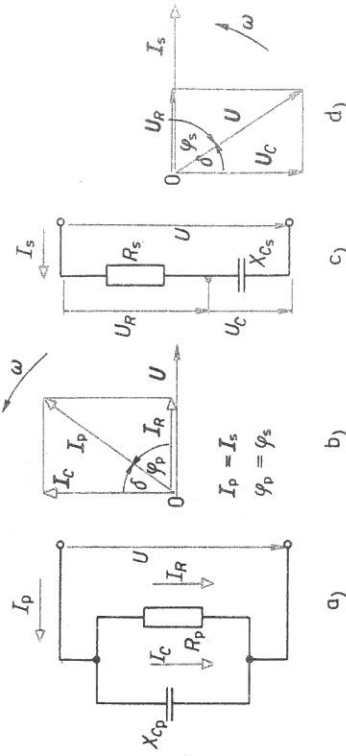


Obr. 202. Duální obvody;

a) Rezistor R_s a cívka L_s zapojené v sérii, b) fázorový diagram pro sériové zapojení, c) rezistor R_p a cívka L_p zapojené paralelně, d) fázorový diagram pro paralelní zapojení

Pro přepočítání paralelního obvodu na duální sériový obvod platí vztahy

$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} \quad X_s = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2}$$



Obr. 203. Duální obvody;

a) Rezistor R_p a kondenzátor C_p zapojené paralelně, b) fázorový diagram pro paralelní zapojení, c) rezistor R_s a kondenzátor C_s zapojené v sérii, d) fázorový diagram pro sériové zapojení

Příklad 67: Rezistor s činným odporem $30\ \Omega$ a cívka s indukčností $100\ \text{mH}$ jsou zapojeny v sérii. Máme je nahradit duálním paralelním obvodem pro kmitočet $100\ \text{Hz}$ a napětí $100\ \text{V}$.

$R = 30\ \Omega$, $L = 100\ \text{mH} = 0,1\ \text{H}$, $U = 100\ \text{V}$, $f = 100\ \text{Hz}$

Indukční reaktance

$$X_s = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 100 \cdot 0,1\ \Omega = 62,8\ \Omega$$

Činný odpor pro paralelní zapojení

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = \frac{30^2 + 62,8^2}{30}\ \Omega = 161,46\ \Omega$$

Indukční reaktance pro paralelní zapojení

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = \frac{30^2 + 62,8^2}{62,8}\ \Omega = 77,13\ \Omega$$

Kontrola výpočtu

Impedance sériového obvodu

$$Z = \sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \sqrt{30^2 + 62,8^2}\ \Omega = 69,6\ \Omega$$

Proud odebraný ze zdroje sériovým obvodem

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{69,6}\ \text{A} = 1,44\ \text{A}$$

Proud procházející rezistorem v paralelním obvodu

$$I_R = \frac{U}{R_p} = \frac{100}{161,46}\ \text{A} = 0,62\ \text{A}$$

Proud procházející cívkou v paralelním obvodu

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{77,13}\ \text{A} = 1,3\ \text{A}$$

Proud odebraný ze zdroje paralelním obvodem

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{0,62^2 + 1,3^2}\ \text{A} = 1,44\ \text{A}$$

Příklad 68: Rezistor s činným odporem $5\ \Omega$ a kondenzátor s kapacitní reaktancí $10\ \Omega$ jsou zapojeny paralelně a k nim je do série připojena cívka s indukční reaktancí $10\ \Omega$. Obvod je připojen na zdroj napětí $20\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$.

Určete: Z , U_1 , U_2 , I_1 , I_2 , I , φ , C , L a náhradní obvod. Schéma zapojení je na obr. 204.

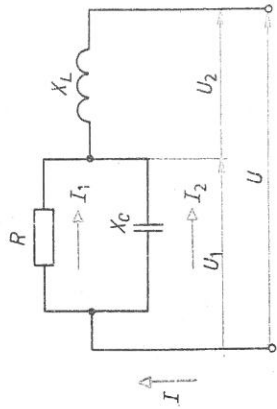
Paralelně zapojený rezistor s činným odporem $5\ \Omega$ a kondenzátor s kapacitní reaktancí $10\ \Omega$ přepočítáme na duální sériové zapojení.

$R = 5\ \Omega$, $X_C = 10\ \Omega$, $X_L = 10\ \Omega$, $U = 20\ \text{V}$, $f = 50\ \text{Hz}$

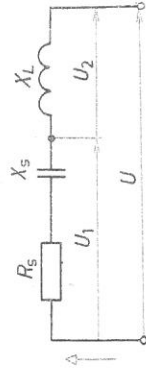
$$R_s = \frac{R_p X_p^2}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{5 \cdot 10^2}{5^2 + 10^2}\ \Omega = \frac{500}{125}\ \Omega = 4\ \Omega$$

$$X_s = \frac{R_p^2 X_p}{R_p^2 + X_p^2} = \frac{5^2 \cdot 10}{5^2 + 10^2}\ \Omega = \frac{250}{125}\ \Omega = 2\ \Omega$$

Duální schéma obvodu je na obr. 205.



Obr. 204. Schéma obvodu k příkladu 66



Obr. 205. Schéma duálního obvodu k obvodu na obr. 204

Impedance duálního obvodu

$$Z = \sqrt{R_s^2 + (X_L - X_s)^2} = \sqrt{4^2 + (10 - 2)^2}\ \Omega = \sqrt{80}\ \Omega = 8,94\ \Omega$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{8,94}\ \text{A} = 2,23\ \text{A}$$

Impedance

$$Z_1 = \sqrt{R_s^2 + X_s^2} = \sqrt{4^2 + 2^2}\ \Omega = \sqrt{20}\ \Omega = 4,47\ \Omega$$

Napětí

$$U_1 = IZ_1 = 2,23 \cdot 4,47\ \text{V} = 9,97\ \text{V} \approx 10\ \text{V}$$

Napětí

$$U_2 = IX_L = 2,23 \cdot 10\ \text{V} = 22,3\ \text{V}$$

$$I_1 = \frac{U_1}{R} = \frac{10}{5} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_1}{X_C} = \frac{10}{10} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

Kontrola výpočtu

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} \text{ A} = \sqrt{5} \text{ A} = 2,23 \text{ A}$$

Fázový posun

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{4}{8,94} = 0,447 = 63^\circ 25'$$

$$\sin \varphi = \sin 63^\circ 25' = 0,894$$

Kapacita kondenzátoru a indukčnost cívky zapojených v obvodu podle obr. 204 jsou

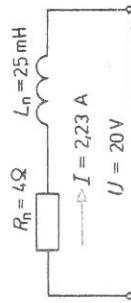
$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 10} \text{ F} = 0,00032 \text{ F} = 320 \mu\text{F}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{10}{314} \text{ H} = 0,032 \text{ H}$$

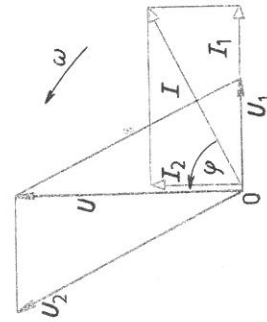
Obvod na obr. 204 je možné nahradit rezistorem s činným odporem R_n zapojeným v sérii s cívkou s indukční reaktancí X_{L_n} . Schéma náhradního obvodu je na obr. 206.

Činný odpor

$$R_n = Z \cos \varphi = 8,94 \cdot 0,447 \Omega = 4 \Omega$$



Obr. 206. Náhradní schéma obvodu na obr. 204



Obr. 207. Fázorový diagram obvodu proudů na obr. 204

Indukční reaktance

$$X_{L_n} = Z \sin \varphi = 8,94 \cdot 0,894 \Omega = 8 \Omega$$

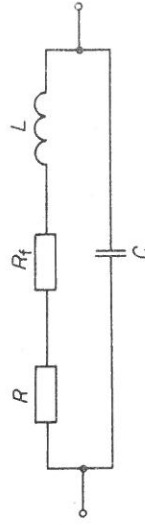
Indukčnost

$$L_n = \frac{X_{L_n}}{\omega} = \frac{8}{314} \text{ H} = 0,025 \text{ H} = 25 \text{ mH}$$

▲ Fázorový diagram je na obr. 207.

● 7.17. NÁHRADNÍ SCHÉMA REZISTORU, CÍVKY A KONDENZÁTORU

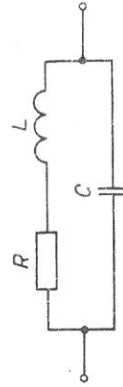
Rezistor má v obvodu střídavého proudu kromě činného odporu R ještě odpor R_f vlivem povrchového jevu. Povrchový jev (zvaný také skinefekt) způsobuje vlivem vlastní indukce uvnitř vodiče nerovnoměrné rozložení hustoty elektrického proudu ve vodiči. Největší hustota proudu je pod povrchem vodiče, což způsobuje, že při průchodu střídavého proudu vodičem klade tento vodič mnohem větší odpor než při průchodu stejnosměrného proudu. Dále má rezistor indukční reaktanci vyvolanou indukčností L



Obr. 208. Náhradní schéma skutečného rezistoru

a kapacitní reaktanci tvořenou kapacitou C mezi závitů u rezistorů vinutých drátem a mezi vývody. V náhradním schématu rezistoru (obr. 208) kreslíme proto rezistory s odpory R , R_f a cívky s indukčností L v sérii a kondenzátor s kapacitou C k nim zapojený paralelně. Vlivem indukčnosti a kapacity se odpory rezistoru stanou závislými na kmitočtu.

Cívka v obvodu střídavého proudu má kromě indukčnosti L a kapacity C mezi závitů ještě tzv. ztrátový odpor, jenž v sobě zahrnuje činný odpor drátu, kterým je cívka navinuta, vliv povrchového jevu a další přidávané ztráty. Náhradní schéma skutečné cívky je na obr. 209. Rezistor s odporem R a cívka s indukčností L jsou zapojeny v sérii a paralelně k nim je zapojen



Obr. 209. Náhradní schéma skutečné cívky

Kapacitní reaktance v sériovém zapojení

$$X_s = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} \Omega = 100 \Omega$$

Ztrátový odpor v paralelním zapojení

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} = \frac{1,5^2 + 100^2}{1,5} \Omega = 6668,17 \Omega$$

Kapacitní reaktance v paralelním zapojení

$$X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s} = \frac{1,5^2 + 100^2}{100} \Omega = 100 \Omega$$

$$X_p = \frac{1}{\omega C_p}$$

$$\omega C_p = \frac{1}{X_p} = \frac{1}{100 \Omega} = 0,01 \text{ S}$$

Z toho

Ztrátový činitel pro paralelní zapojení

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{\omega R_p C_p} = \frac{1}{6668,17 \cdot 0,01} = 0,015$$

Ztrátový činitel je stejný pro sériové i paralelní zapojení.

Příklad 71: Jak velká je indukčnost L cívky při kmitočtu 50 Hz, je-li činitel jakosti 40 a ztrátový odpor 50 Ω při paralelním zapojení.

$Q = 40$, $R_p = 50 \Omega$, $f = 50 \text{ Hz}$

Činitel jakosti

$$Q = \frac{R_p}{X_p}$$

Z toho

$$X_p = \frac{R_p}{Q} = \frac{50}{40} \Omega = 1,25 \Omega$$

Indukčnost cívky

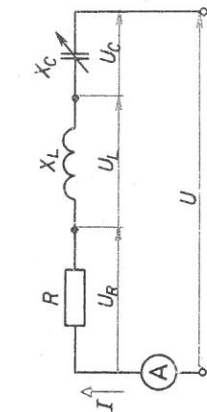
$$L_p = \frac{X_p}{\omega} = \frac{1,25}{2\pi \cdot 50} \text{ H} = 0,004 \text{ H}$$

Cívka má indukčnost $L = 4 \text{ mH}$.

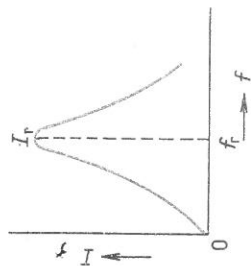
7.18. REZONANCE

V elektrických obvodech, které kromě rezistorů obsahují i cívky a kondenzátory, nastává při určitém kmitočtu stav, kdy indukční a kapacitní reaktance se vzájemně rovnají a kdy zdroj napětí zatěžuje pouze rezistor. Tomuto stavu říkáme *rezonance*. Vyznačuje se tím, že svorkové napětí zdroje a proud z něho odebíraný jsou ve fázi.

Rezonance může obecně (za určitých podmínek) nastat v každém obvodu střídavého proudu. Podle zapojení použitých součástek vzhledem ke zdroji napětí dělíme rezonanční obvody na sériové a paralelní.



Obr. 211. Rezonanční sériový obvod střídavého proudu



Obr. 212. Priběh proudu v sériovém obvodu při rezonanci

7.18.1. Sériová rezonance

Na obr. 211 je složený obvod RLC s proměnnou kapacitou, do kterého je zapojen ampérmetr. Impedance obvodu je

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$$

Ze vzorce je patrné, že $X_C > X_L$. Budeme-li proměnnou kapacitu zvětšovat, bude se kapacitní reaktance zmenšovat, a tím se bude také zmenšovat i dvojiteln ($X_C - X_L$). V důsledku toho se bude zmenšovat také impedance obvodu a proud procházející obvodem se bude zvětšovat (budeme pozorovat na ampérmetru). Při určité kapacitě dosáhne kapacitní reaktance velikosti indukční reaktance a dvojiteln ($X_C - X_L$) se bude rovnat nule. Tomuto stavu říkáme *sériová rezonance*. *Rezonanční impedance* Z_r bude *minimální* a bude se rovnat odporu rezistoru.

$$Z_r = \sqrt{R^2} = R$$

Při sériové rezonanci prochází obvodem *maximální proud*, který je ve fázi se *svorkovým napětím*.

$$I_r = \frac{U}{Z_r} = \frac{U}{R}$$

Při dalším zvyšování kapacity C bude kapacitní reaktance menší než indukční reaktance a dvojnásobek ($X_C - X_L$) se bude zvětšovat. Impedance obvodu se bude zvětšovat a proud v obvodu bude klesat.

Kdybychom popsaný pokus opakovali se zdrojem napětí s proměnlivým kmitočtem, zjistili bychom při stále kapacitě C , že se při zvyšování kmitočtu proud v obvodu zvětšuje. Při určitém kmitočtu dosáhne proud zase maximální hodnoty a při dalším zvyšování kmitočtu proud v obvodu opět klesá. Závislost proudu na kmitočtu je znázorněna na obr. 212. Tento graf nazýváme rezonanční křivka proudu. Kmitočtem, při němž obvodem prochází maximální proud I_p , se nazývá rezonanční kmitočet f_r . Při kmitočtu $f < f_r$ má impedance obvodu kapacitní charakter, kdežto při kmitočtu $f > f_r$ má charakter indukční.

Rezonanční kmitočet f_r určíme z rezonanční podmínky.

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$$

Úhlový rezonanční kmitočet

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dosaďme-li za $\omega_r = 2\pi f_r$, dostaneme rezonanční kmitočet

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Tomuto vztahu říkáme *Thomsonův vzorec*.

Při stálém kmitočtu f_r a při stálé kapacitě C nastane rezonance při indukčnosti

$$L_r = \frac{1}{\omega_r^2 C}$$

Při stálé indukčnosti L nastane rezonance při kapacitě

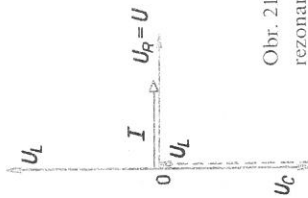
$$C_r = \frac{1}{\omega_r^2 L}$$

Při rezonanci jsou úbytky napětí na jednotlivých součástkách

$$U_{Rr} = U = I_r R$$

$$U_{Lr} = U_{Cr} = I_r X_{Lr} = I_r X_{Cr}$$

Při *sériové rezonanci* může být *napětí* na cívce L a kondenzátoru C několiknásobně vyšší než *svorkové napětí*. Obě napětí mohou ohrozit izolaci elektrických zařízení. Sériové rezonance říkáme také *napěťovou rezonance*, neboť se při ní vzájemně ruší napětí na cívce a kondenzátoru (jak je vidět na fázorovém diagramu na obr. 213). Sériové rezonanční obvody se využívají jako laděné obvody v rozhlasových přijímačích, v televizorech, v navigačních systémech apod.



Obr. 213. Fázorový diagram pro sériový rezonanční obvod na obr. 211

Příklad 72: Určete, při kterém kmitočtu nastane rezonance v obvodu uvedeném v příkladu 63. V sérii jsou zapojeny součástky s těmito parametry: $R = 14,5 \Omega$, $L = 0,2 \text{ H}$, $C = 150 \mu\text{F}$, $U = 220 \text{ V}$.

Rezonanční kmitočet

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,2 \cdot 150 \cdot 10^{-6}}} \text{ Hz} \approx 29 \text{ Hz}$$

Proud při rezonanci

$$I_r = \frac{U}{R} = \frac{220}{14,5} \text{ A} = 15,2 \text{ A}$$

Indukční reaktance při rezonanci

$$X_L = \omega_r L = 2\pi f_r L = 2\pi \cdot 29 \cdot 0,2 \Omega = 36,5 \Omega$$

Kapacitní reaktance při rezonanci

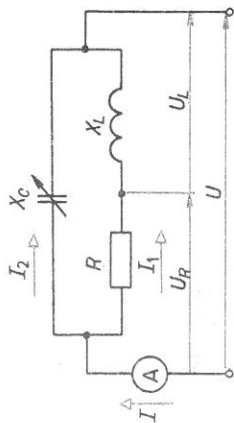
$$X_C = \frac{1}{\omega_r C} = \frac{1}{2\pi f_r C} = \frac{1}{2\pi \cdot 29 \cdot 150 \cdot 10^{-6} \Omega} = 36,5 \Omega$$

Napětí na rezistoru

$$U_R = RI_r = 14,5 \cdot 15,2 \text{ V} = 220 \text{ V}$$

Napětí na cívce a kondenzátoru

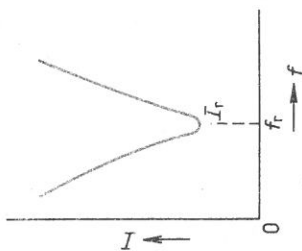
$$U_L = U_C = X_L I_r = X_C I_r = 36,5 \cdot 15,2 \text{ V} \approx 555 \text{ V}$$



Obr. 214. Paralelní zapojení skutečné cívky s ideálním kondenzátorem C

7.18.2. Paralelní rezonance

Na obr. 214 je schéma paralelního obvodu, který se skládá z rezistoru s odporem R zapojeného v sérii s cívkou s indukčností L , k nimž je paralelně připojen kondenzátor s kapacitou C . Pripojíme-li obvod ke zdroji napětí, u kterého bychom mohli měnit kmitočet, a sledujeme-li na ampérmetru proud procházející obvodem, zjistíme, že při zvyšování kmitočtu proud klesá. Při určitém kmitočtu je proud minimální. Při dalším zvyšování kmitočtu se proud v obvodu zvětšuje. Závislost proudu na kmitočtu znázorňuje rezonanční křivka proudu na obr. 215. Fázorový diagram je na obr. 216. Řídicím fázorem je fázor svorkového napětí \mathbf{U} . Fázor proudu \mathbf{I}_1 ,



Obr. 215. Průběh proudu v paralelním obvodu při rezonanci

který prochází rezistorem s cívkou, je zpožděn za svorkovým napětím o úhel φ . Ve fázi s proudem \mathbf{I}_1 je úbytek napětí \mathbf{U}_R a úbytek napětí na cívce předbíhá proud \mathbf{I}_1 o úhel 90° . Proud $\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_r$ předbíhá svorkové napětí \mathbf{U} o úhel 90° . Proud \mathbf{I}_1 rozložíme na dvě složky. Na složku \mathbf{I}_r , která je ve fázi se svorkovým napětím \mathbf{U} , a na složku \mathbf{I}_{Lr} , která je v protifázi (v opačné fázi) s proudem \mathbf{I}_{Cr} .

Rezonance v obvodu nastane, rovná-li se proud \mathbf{I}_{Cr} proudu \mathbf{I}_{Lr} . Proto paralelní rezonanci říkáme také proudová rezonance. Rezonanční kmitočet určíme z podmínky rezonance

$$I_{Lr} = I_{Cr}$$

$$I_{Lr} = I_1 \sin \varphi = \frac{U}{Z_1} \frac{X_L}{Z_1} = \frac{UX_L}{Z_1^2}$$

$$Z_1^2 = R^2 + (\omega_r L)^2$$

$$I_{Cr} = U \omega_r C$$

$$\frac{UX_L}{Z_1^2} = U \omega_r C$$

$$\frac{\omega_r L}{R^2 + (\omega_r L)^2} = \omega_r C$$

$$\frac{L}{C} = R^2 + (\omega_r L)^2$$

$$L = CR^2 + \omega_r^2 L^2 C$$

$$L - CR^2 = \omega_r^2 L^2 C$$

Z toho rezonanční úhlový kmitočet

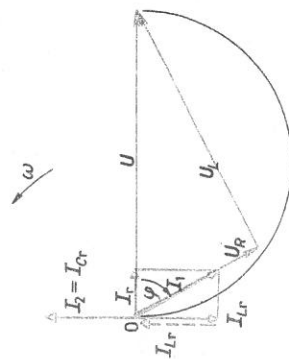
$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Rezonanční kmitočet

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Je-li odpor R malý, je R^2/L^2 zanedbatelné. Potom platí

$$f_r \approx \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$



Obr. 216. Fázorový diagram pro paralelní rezonanční obvod na obr. 214

což je Thomsonův vzorec.
Rezonanční impedance

$$Z_r = \frac{L}{CR}$$

Proud při rezonanci

$$I_r = \frac{U}{Z_r}$$

je minimální, ale proud v rezonančním obvodu může dosáhnout nebezpečné velikosti, jak je patrné z fázorového diagramu. Při stálém rezonančním kmitočtu a stálé indukčnosti nastává rezonance při kapacitě

$$C_r = \frac{L}{R^2 + \omega_r^2 L^2}$$

Paralelní rezonanční obvody se používají v elektronice, např. k zamezení vstupu střídavého proudu s nežádoucím kmitočtem do dalšího obvodu, zejména v ladicích a vazebních obvodech v rozhlasových přijímačích a televizorech.

Příklad 73: Určete rezonanční kmitočet pro obvod, ve kterém je zapojen rezistor s činným odporem 40Ω v sérii s cívkou s indukčností $0,6 \text{ H}$ a paralelně k nim je připojen kondenzátor s kapacitou $50 \mu\text{F}$; napětí zdroje je 220 V , kmitočet 50 Hz .

$R = 40 \Omega$, $L = 0,6 \text{ H}$, $C = 50 \mu\text{F} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}$, $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$
Rezonanční kmitočet

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,6 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} - \frac{40^2}{0,6^2}} \text{ Hz} = 27,06 \text{ Hz}$$

Rezonanční kmitočet podle Thomsonova vzorce

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{0,6 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}} \text{ Hz} = 29,07 \text{ Hz}$$

Indukční rezonanční reaktance

$$X_{Lr} = \omega_r L = 2\pi \cdot 27,06 \cdot 0,6 \Omega = 102 \Omega$$

Rezonanční impedance

$$Z_r = \frac{L}{CR} = \frac{0,6}{50 \cdot 10^{-6} \cdot 40} \Omega = 300 \Omega$$

Rezonanční proud

$$I_r = \frac{U}{Z_r} = \frac{220}{300} \text{ A} = 0,73 \text{ A}$$

Kontrola výpočtu

Impedance součástek zapojených v sérii

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{Lr}^2} = \sqrt{40^2 + 102^2} \Omega = 109,56 \Omega$$

Proud procházející obvodem s impedancí Z_1

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{220}{109,56} \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Kapacitní rezonanční reaktance

$$X_{Cr} = \frac{1}{\omega_r C} = \frac{1}{2\pi \cdot 27,06 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} \Omega = 17,7 \Omega$$

Proud procházející obvodem s kondenzátorem při rezonanci

$$I_{Cr} = \frac{U}{X_{Cr}} = \frac{220}{17,7} \text{ A} = 1,86 \text{ A}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{X_{Lr}}{Z_1} = \frac{102 \Omega}{109,56 \Omega} = 0,9309$$

$$\cos \varphi_1 = 0,3650$$

Proud I_{Lr}

$$I_{Lr} = I_1 \sin \varphi_1 = 2 \cdot 0,931 \text{ A} = 1,86 \text{ A} = I_{Cr}$$

Rezonanční proud

$$I_r = I_1 \cos \varphi_1 = 2 \cdot 0,365 \text{ A} = 0,73 \text{ A}$$

7.19. VÝKON A PRÁCE V OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

Okamžitý výkon v obvodu střídavého proudu je dán součinem okamžitých hodnot napětí a proudu.

$$p = ui$$

Na obr. 217 je grafické znázornění časového průběhu výkonu střídavého sinusového napětí a střídavého sinusového proudu, který je s napětím ve fázi. Okamžitý výkon v kladné i záporné polovině periody je kladný. Křivka výkonu je sinusoida, ale její osa leží nad osou času a má dvojnásobný kmitočet. Sinusoida nemá záporné hodnoty, neboť v polovině periody, kdy okamžitá hodnota proudu a napětí mají opačný směr, je jejich součin kladný. Obsah plochy omezené osou času a sinusoidou výkonu znamená práci střídavého proudu za periodu při proměnném výkonu. Přeměníme-li tuto plochu na obdélník se základnou T , odpovídá jeho výška střednímu výkonu P za jednu periodu.

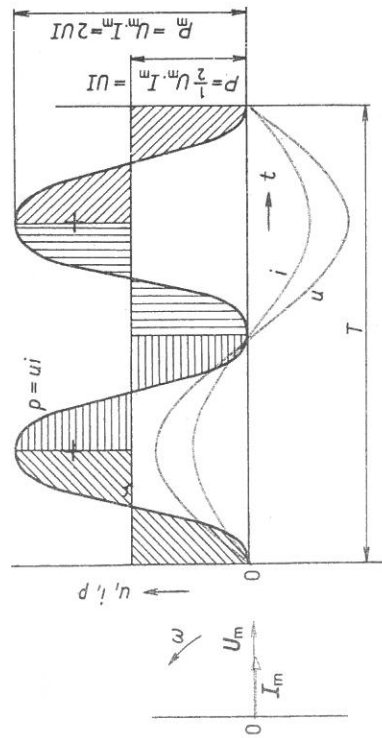
Střední výkon

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m$$

Dosadíme-li za $U_m = \sqrt{2}U$ a z $I_m = \sqrt{2}I$, dostaneme

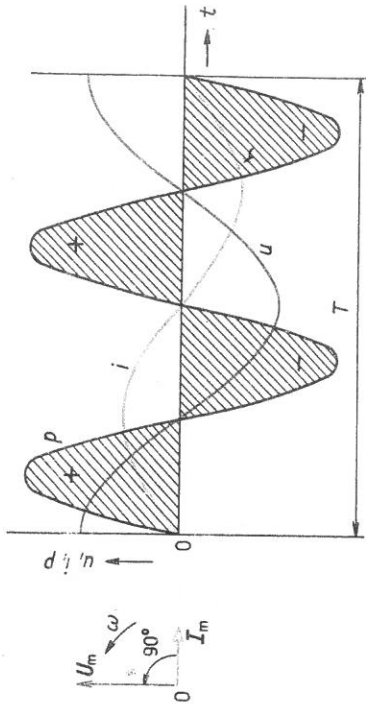
$$P = \frac{1}{2} \sqrt{2}U \sqrt{2}I$$

$$P = UI$$



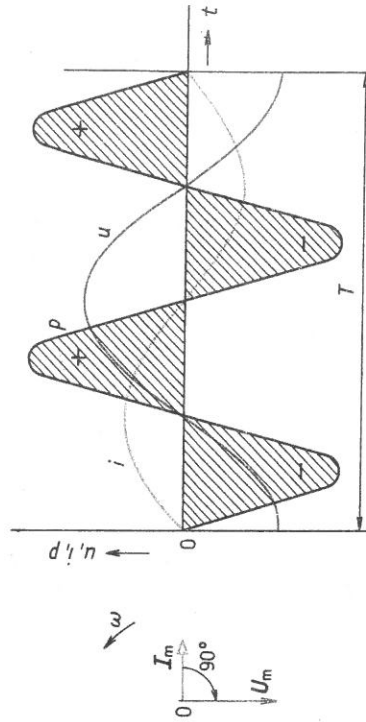
Obr. 217. Okamžitý výkon střídavého (sinusového) proudu, který je ve fázi s napětím

Výkon střídavého proudu je dán součinem efektivních hodnot napětí a proudu. Tento vztah platí pouze tehdy, jsou-li proud a napětí ve fázi, tj. platí v obvodu, ve kterém jsou zapojeny jenom spotřebiče s činným odporem (žárovky, topná tělesa apod.).



Obr. 218. Okamžitý výkon střídavého (sinusového) proudu, který je zpožděn za napětím o 90°

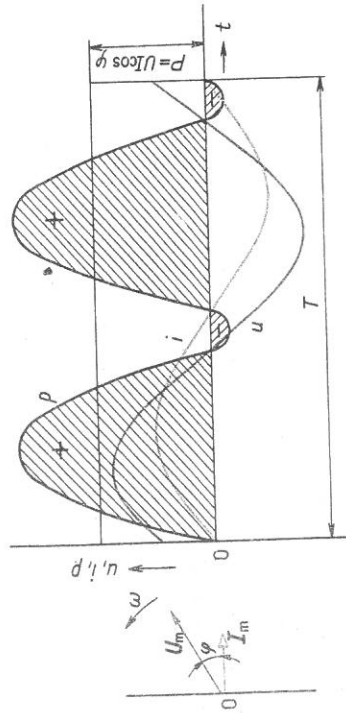
Na obr. 218 je časový průběh okamžitého výkonu v obvodu střídavého proudu, který je za střídavým napětím zpožděn o 90° , tzn. výkonu proudu, který prochází ideální cívkou. Z grafu vidíme, že okamžitý výkon $p = ui$ má v jedné čtvrtině periody hodnotu kladnou a v následující čtvrtině periody hodnotu zápornou. Střední hodnota práce za celou periodu je nulová. V cílce se vlivem indukčnosti během jedné čtvrtiny periody vytváří



Obr. 219. Okamžitý výkon střídavého proudu (sinusového), který předbíhá napětí o 90°

magnetické pole a práce proudu se mění na energii magnetického pole. Během druhé čtvrtiny periody magnetické pole zaniká a jeho energie se elektromagnetickou indukcí mění na elektrickou energii a vrací se do zdroje.

Na obr. 219 je časový průběh okamžitého výkonu, je-li do obvodu zapojen ideální kondenzátor s dokonale nevodivým dielektrikem. V takovém případě proud předbíhá napětí o 90° . Kondenzátor se během jedné čtvrtiny periody nabíjí a mezi deskami kondenzátoru vzniká elektrické pole. Elektrická práce proudu se mění na energii elektrického pole. Během druhé čtvrtiny periody se kondenzátor vybíjí, elektrické pole zaniká a jeho energie se mění v elektrickou energii, která se vrací do zdroje. Střední hodnota práce střídavého proudu, který předbíhá napětí o 90° , je nulová.



Obr. 220. Okamžitý výkon střídavého (sinusového) proudu, který je zpožděn za napětím o úhel φ

Na obr. 220 je znázorněn okamžitý výkon pro fázový posun napětí před proudem o úhel φ , tj. pro obvod, ve kterém převládá indukčnost. Odebírá-li se výkon, odebírá se i energie ze zdroje, která se ve spotřebiči mění jednak na užitečnou práci, jednak na energii k vybuzení magnetického pole. Jakmile se začne proud zmenšovat, magnetické pole slabne, jeho energie se uvolňuje, tj. mění se v elektrickou energii a vrací se do zdroje.

Výkon střídavého proudu při fázovém posunu φ určíme, rozložíme-li fázor proudu I ve fázorovém diagramu (obr. 221) na dvě složky. Jedna složka je ve fázi s napětím (je to tzv. proud činný, $I_e = I \cos \varphi$) a druhá složka je kolmá k napětí (je to tzv. proud jalový, $I_j = I \sin \varphi$).

Sečteme-li v časovém diagramu na obr. 221 okamžité hodnoty i_e a i_j dostaneme průběh proudu, který prochází elektrickým obvodem. Obě složky proudu, I_e a I_j , jsou jen teoretické, neboť je nemůžeme změřit.

Elektrickou práci koná pouze činný proud I_e , takže činný výkon je

$$P = UI_e = UI \cos \varphi$$

Činný výkon se měří wattmetrem a udává se ve wattech (W), v kilowattech (kW) nebo v megawattech (MW).

Z uvedeného vztahu vidíme, že činný výkon závisí na úhlu fázového posunu φ mezi proudem a napětím. Je úměrný $\cos \varphi$, a proto se $\cos \varphi$ nazývá účinník.

Jalový proud I_j je zpožděn za napětím o 90° . Nekona práci, ale vytváří magnetické (elektrické) pole a tzv. jalový výkon

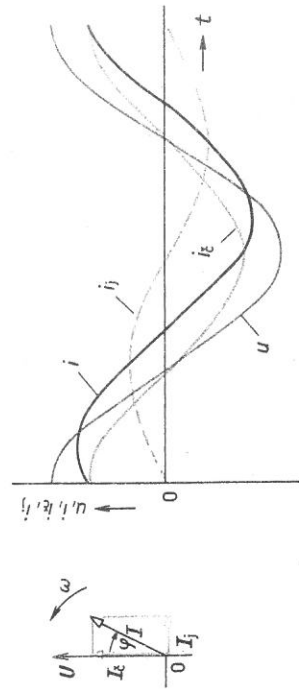
$$Q = UI_j = UI \sin \varphi$$

Jalový výkon se udává ve varech (var), kilovarech (kvar) nebo megavarech (Mvar).

V rovnicích pro činný i jalový výkon se vyskytuje součin UI . Tomuto součinu *efektivních hodnot napětí a proudu* říkáme *zdánlivý výkon*. Označuje se S a platí pro něj vztah

$$S = UI$$

Zdánlivý výkon je pojem elektrický; je velmi důležitý, neboť se podle něj dimenzují elektrické stroje a elektroizvodné sítě a určuje se podle něj skutečný proud. Zdánlivý výkon se počítá z údajů voltmetru a ampérmetru. Jednotkou je volt ampér (V . A) a jeho násobky (kV . A, MV . A). Činný výkon se rovná zdánlivému výkonu při účinníku $\cos \varphi = 1$.



Obr. 221. Fázorový diagram pro střídavý obvod, v němž napětí předbíhá proud o úhel φ , a časový průběh napětí u a proudů i_e , i_j , i

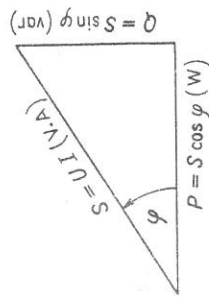
Znásobíme-li proudy z fázorového diagramu (obr. 221) napětím, dostaneme trojúhelník výkonů (obr. 222). Podle něho platí

$$P = S \cos \varphi = UI_e$$

$$Q = S \sin \varphi = UI_j$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}, \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$$



Obr. 222. Trojúhelník výkonů střídavého proudu

Elektrickou práci střídavého proudu určíme, násobíme-li činný výkon časem

$$W = Pt = UI \cos \varphi t$$

Elektrickou práci měříme elektroměrem. Jednotkou elektrické práce je joule (J), ale častěji se udává v jednotce watt sekunda (W · s) (1 J = 1 W · s). Větší jednotky jsou watt hodina (W · h) nebo kilowatt hodina (kW · h).

Příklad 74: Jednofázový elektromotor s výkonem 300 W, účinností 85 % a účinníkem 0,75 je připojen na napětí 220 V, 50 Hz. Určete

- činný, zdánlivý a jalový příkon;
- proud odebraný ze zdroje; činný a jalový proud;
- práci odebranou žž zdroje za 30 dní, pracuje-li elektromotor denně 8 hodin.

$$P_2 = 300 \text{ W}, \eta = 85\% = 0,85, \cos \varphi = 0,75, U = 220 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}$$

Činný příkon

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{300 \text{ W}}{0,85} = 353 \text{ W}$$

Proud odebraný ze zdroje

$$I = \frac{P_1}{U \cos \varphi} = \frac{353}{220 \cdot 0,75} \text{ A} = 2,14 \text{ A}$$

Zdánlivý příkon

$$S_1 = UI = 220 \cdot 2,14 \text{ V} \cdot \text{A} = 470,8 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$\cos \varphi = 0,75, \quad \sin \varphi = 0,661$$

Jalový příkon

$$Q_1 = S_1 \sin \varphi = 470,8 \cdot 0,661 \text{ var} = 311 \text{ var}$$

Činný proud

$$I_e = I \cos \varphi = 2,14 \cdot 0,75 \text{ A} = 1,6 \text{ A}$$

Jalový proud

$$I_j = I \sin \varphi = 2,14 \cdot 0,661 \text{ A} = 1,4 \text{ A}$$

Práce odebraná ze zdroje

$$W = P_1 t = 353 \cdot 30 \cdot 8 \text{ W} \cdot \text{h} = 84\,720 \text{ W} \cdot \text{h} = 84,7 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

▼ **Příklad 75:** U cívky, připojené na napětí 220 V, 50 Hz, s indukčností 300 mH a s činitelem jakosti 25 určete:

- proud odebraný ze zdroje; činný a jalový proud;
- zdánlivý, činný a jalový výkon.

$$U = 220 \text{ V}, f = 50 \text{ Hz}, L = 300 \text{ mH} = 0,3 \text{ H}, Q = 25$$

Indukční reaktance

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,3 \Omega = 94,2 \Omega$$

Činitel jakosti

$$Q = \frac{\omega L_s}{R_s}$$

z toho

$$R_s = \frac{\omega L_s}{Q} = \frac{94,2}{25} \Omega = 3,8 \Omega$$

Impedance cívky

$$Z = \sqrt{R_s^2 + X_L^2} = \sqrt{3,8^2 + 94,2^2} \Omega = 94,3 \Omega$$

Proud odebraný ze zdroje

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{94,3} \text{ A} = 2,3 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = \frac{R_s}{Z} = \frac{3,8}{94,3} = 0,040$$

$$\varphi \doteq 87^\circ 40' \quad \sin 87^\circ 40' = 0,999$$

Činný proud

$$I_e = I \cos \varphi = 2,3 \cdot 0,040 \text{ A} = 0,09 \text{ A}$$

Jalový proud

$$I_j = I \sin \varphi = 2,3 \cdot 0,999 \text{ A} = 2,29 \text{ A}$$

Zdánlivý výkon

$$S = UI = 220 \cdot 2,3 \text{ V} \cdot \text{A} = 506 \text{ V} \cdot \text{A}$$

Činný výkon

$$P = S \cos \varphi = 506 \cdot 0,04 \text{ W} = 20,2 \text{ W}$$

Jalový výkon

$$Q = S \sin \varphi = 506 \cdot 0,999 \text{ var} = 505,5 \text{ var}$$

7.20. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Co jsou to duální obvody střídavého proudu a kterým podmínkám musí vyhovovat?
2. Ze kterých prvků se skládá náhradní schéma rezistoru? Jak jsou tyto prvky zapojeny?
3. Ze kterých prvků se skládá náhradní schéma skutečné cívky? Jak jsou tyto prvky zapojeny?
4. Ze kterých prvků se skládá náhradní schéma skutečného kondenzátoru? Jak jsou tyto prvky zapojeny?
5. Co to je ztrátový činitel? Jak jej označujeme?
6. Co je to činitel jakosti? Jak jej označujeme?
7. Jak se mění indukční a kapacitní reaktance při změně kmitočtu?
8. Co je to rezonance obvodu střídavého proudu?
9. Kdy nastane rezonance v sériovém obvodu střídavého proudu?
10. Čemu se rovná impedance sériového obvodu při rezonanci?
11. Jaký proud prochází sériovým obvodem při rezonanci – minimální nebo maximální?
12. Co udává Thomsonův vzorec? Jak zní?
13. Popište schéma paralelního rezonančního obvodu.
14. Kdy nastane rezonance v paralelním obvodu střídavého proudu?
15. Jaký proud prochází paralelním obvodem při rezonanci – minimální nebo maximální?
16. Za jaké podmínky platí Thomsonův vzorec i pro paralelní rezonanční obvod?
17. Co to je zdánlivý výkon, čím ho měříme a jaká je jeho jednotka?

18. Z jakého vztahu určíme činný výkon střídavého proudu, čím ho měříme a jaká je jeho jednotka?
19. Co je to účinník?
20. Z jakého vztahu určíme jalový výkon střídavého proudu a jaká je jeho jednotka?
21. Jaký význam má jalový výkon a zdánlivý výkon?
22. Jak se kreslí trojúhelník výkonů?
23. Co to je činný a jalový proud?
24. Z jakého vztahu vypočítáme zdánlivý výkon, známe-li činný a jalový výkon?
25. Z jakého vztahu určíme elektrickou práci střídavého proudu, čím ji měříme a jaká je její jednotka?
26. Sériový obvod, ve kterém je zapojen rezistor s činným odporem 50Ω a cívka s indukčností $0,5 \text{ H}$, máme nahradit paralelním obvodem pro kmitočet 50 Hz a napětí 220 V . Určete R_p a X_p .
27. Paralelní obvod složený z rezistoru s činným odporem 10Ω a z kondenzátoru s kapacitní reaktancí 20Ω máme nahradit sériovým obvodem pro kmitočet 50 Hz a napětí 24 V . Určete R_s a X_s .
28. Jak velký je ztrátový činitel pro kondenzátor s kapacitou 1000 pF při kmitočtu 1 kHz , je-li ztrátový odpor $79,62 \Omega$?
29. Jak velký je činitel jakosti a ztrátový činitel u cívky s indukčností $0,5 \text{ H}$ a odporem 2Ω pro kmitočet 50 Hz ?
30. Určete rezonanční kmitočet pro sériový obvod popsaný ve cvičení 16 v části 7.15. Dále určete proud při rezonanci I_r a napětí U_L a U_C .
31. Rezistor s činným odporem 40Ω je zapojen v sérii s cívkou s indukčností $0,5 \text{ H}$ a paralelně k nim je připojen kondenzátor s kapacitou $100 \mu\text{F}$. Obvod je připojen na napětí 120 V , 50 Hz . Určete rezonanční kmitočet, rezonanční impedanci a proudy I_r , I_{C_r} , I_{L_r} .
32. Elektrický obvod připojený na napětí 220 V , 50 Hz , prochází proudem 10 A při $\cos \varphi = 0,8$. Určete zdánlivý, činný a jalový příkon.
33. Určete zdánlivý, činný a jalový příkon elektrického obvodu popsaného ve cvičení 16, v části 7.15.
34. Obvod s impedancí 40Ω je připojen na střídavé napětí 120 V . Proud, který prochází obvodem, je zpožděn za napětím o úhel 30° . Vypočítejte zdánlivý, činný a jalový příkon a účinník.
35. Spotřebič s příkonem 2 kW je připojen na střídavé napětí 220 V a odbírá proud 12 A . Určete účinník, zdánlivý a jalový příkon a činný a jalový proud.