Rezistor, kondenzátor, cívka

Podobně

$$U_{AV} = \frac{2}{\pi} U_m \doteq 0{,}637 U_m$$

Střední hodnota střídavého proudu se rovná myšlené hodnotě stejnosměrného proudu, který má stejné chemické účinky jako uvažovaný střídavý usměrněný proud.

Příklad 56: Akumulátor se nabíjel usměrněným střídavým proudem 10 A po dobu 20 hodin. Vypočítejte, jaký elektrický náboj prošel akumulátorem. $I = 10$ A, $t = 20$ h,

$$Q = I_{AV} t$$

$$I_{AV} = \frac{2}{\pi} I_m = 0{,}637 \,.\, I_m = 0{,}637 \,.\, \sqrt{2} \,.\, I = 0{,}3637 \,.\, 1{,}41 \,.\, 10 \text{ A} = 9 \text{ A};$$

$$I_{AV} t = 9 \,.\, 20 \text{ A.h} = 180 \text{ A.h}$$

Akumulátor přijal elektrický náboj $Q = 180$ A . h.

7.4. ZNÁZORŇOVÁNÍ SINUSOVÝCH VELIČIN FÁZORY

Při znázorňování veličin sinusového průběhu sinusoidami jsme poznali, že okamžité hodnoty sinusových veličin jsou určeny průměty otáčející se úsečky na svislou osu. Přitom délka úsečky se rovná maximální hodnotě (amplitudě) sinusové veličiny a úhel, který svírá rotující úsečka s kladným směrem osy x, určuje její okamžitou polohu (obr. 154).

Fázor se graficky znázorňuje úsečkou. Délka úsečky odpovídá maximální hodnotě (amplitudě) zobrazované veličiny (U_m, I_m). *Směr fázoru je dán úhlem* α, *který svírá fázor s kladným směrem osy x. Orientace fázoru se vyznačuje šipkou na konci úsečky.* Pro fázor napětí je šipka otevřená, pro fázor proudu uzavřená. Fázor se otáčí v kladném smyslu otáčení, tj. proti pohybu hodinových ručiček. Fázor má tedy vlastnosti vektoru, ale nemá fyzikální význam, jako má např. vektor síly nebo vektor intenzity magnetického pole. Fázor vyjadřuje sinusový průběh veličiny a jeho zavedení do znázorňování sinusových veličin umožňuje jednodušší početní i grafické řešení elektrických obvodů střídavého proudu (sinusového průběhu) podle pravidel platných pro počítání s vektory v rovině.

Obrazec znázorňující sinusové veličiny pomocí fázorů nazýváme fázorový diagram. Při jeho kreslení je třeba se řídit těmito zásadami:

a) Fázor se otáčí úhlovou rychlostí $\omega = 2\pi f$ proti směru hodinových ručiček; v diagramu je to vyznačeno šipkou ω.

b) Do jednoho diagramu můžeme zakreslit jen fázory těch sinusových veličin, které mají stejný kmitočet.

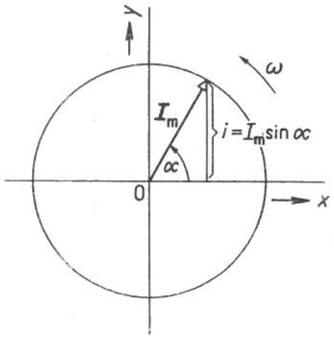
c) Fázory skládáme a rozkládáme podle stejných pravidel jako vektory, tj. skládáme a rozkládáme je pomocí rovnoběžníku nebo trojúhelníku.

d) Sčítat nebo odčítat můžeme fázory téže sinusové veličiny, např. fázory proudů, fázory napětí atd. Výslednicí je zase sinusová veličina s týmž kmitočtem.

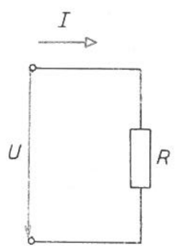
e) Fázorové diagramy lze kreslit také pro efektivní hodnoty sinusových veličin. Výsledná hodnota je potom také efektivní hodnota. *Maximální hodnotu z efektivní hodnoty dostaneme, znásobíme-li ji* $\sqrt{2}$.

f) Fázory kreslené nad osou x znázorňují kladné hodnoty, fázory kreslené pod osou x znázorňují hodnoty sinusových veličin opačného směru. Fázory ležící v ose x znamenají nulové okamžité hodnoty, kdežto fázory ležící v ose y odpovídají pro uvažovaný okamžik maximálním okamžitým hodnotám sinusových veličin.

g) Při psaní (rukou nebo strojem) označujeme fázory dohodnutou značkou – stříškou nad písmenem (např. $\hat{U}$, $\hat{I}$). V tisku je vyznačujeme polotučným kurzívním gillem (***U***, ***I***).



Obr. 154. Znázornění střídavého proudu fázorem



Obr. 155. Rezistor v obvodu střídavého proudu

7.5. REZISTOR V ELEKTRICKÉM OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

Na obr. 155 je schéma elektrického obvodu střídavého proudu, ve kterém je zapojen rezistor (spotřebič) s činným odporem. Činný odpor mají tepelné spotřebiče (např. vařič, žehlička, akumulační kamna), ale i žárovka. Jsou to spotřebiče, u nichž můžeme zanedbat indukčnost i kapacitu. Po při-

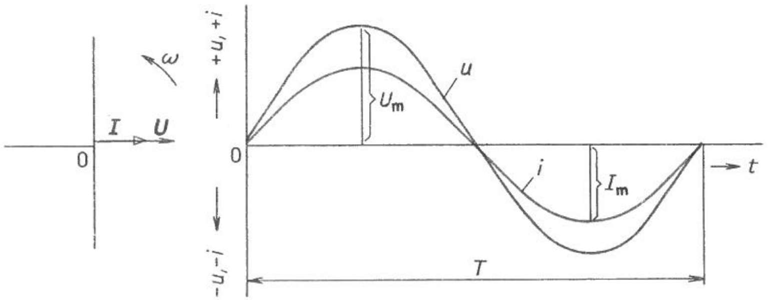
ELEKTRONIKA

pojení na střídavé (sinusové) napětí prochází spotřebičem střídavý proud, jehož okamžitá hodnota podle Ohmova zákona je

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \sin \omega t}{R}$$

$$\frac{U_m}{R} = I_m \qquad \text{neboli} \quad i = I_m \sin \omega t$$

Střídavý proud i procházející rezistorem má také sinusový průběh, se stejným kmitočtem jako svorkové napětí. Snadno se o tom můžeme přesvědčit na osciloskopu.



Obr. 156. Znázornění střídavého napětí a proudu v obvodu rezistorem

Osciloskop je přístroj, který po připojení k elektrickému obvodu zaznamená na obrazovce průběh proudu a napětí v závislosti na čase. Na obrazovce uvidíme dvě sinusoidy (obr. 156). Ze záznamu sinusoid je patrné, že střídavý proud i procházející rezistorem sleduje přesně změny svorkového střídavého napětí. Při maximální hodnotě napětí je i hodnota proudu maximální; pro $u = 0$ V je rovněž proud $i = 0$ A. O takovémto proudu a napětí říkáme, že jsou ve fázi. Ve fázorovém diagramu znázorňujeme proud a napětí ve fázi podle obr. 156. Fázor proudu a fázor napětí kreslíme ve vodorovné ose. Oba fázory odpovídají efektivním hodnotám.
Dosadíme-li do vztahu

$$I_m = \frac{U_m}{R}$$

efektivní hodnoty, dostaneme

$$\sqrt{2}\, I = \frac{\sqrt{2}\, U}{R}$$

Z toho

$$I = \frac{U}{R}$$

Pro jednoduchý elektrický obvod střídavého proudu s rezistorem s činným odporem R platí tedy Ohmův zákon ve stejném tvaru, jako pro elektrický obvod stejnosměrného proudu s rezistorem s odporem R.

Zavedeme-li místo činného odporu vodivost (konduktanci)

$$G = \frac{1}{R}$$

dostaneme Ohmův zákon ve tvaru

$$I = GU$$

V obvodu s rezistorem s činným odporem se veškerá elektrická energie přeměňuje v teplo.

7.6. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Co je to perioda sinusového průběhu?
2. Co je to kmitočet (frekvence) veličiny sinusového průběhu?
3. Jak označujeme periodu a jak kmitočet?
4. Jak vypočítáme kmitočet, známe-li periodu?
5. Čemu se rovná úhlový kmitočet?
6. Jak převedeme radiány na stupně?
7. Co to je amplituda sinusového napětí?
8. Z které rovnice vypočítáme okamžitou hodnotu veličiny sinusového průběhu?
9. Vysvětlete vznik střídavého napětí a střídavého proudu podle obr. 150a až 150g.
10. Popište stručně alternátor.
11. Který vzorec platí pro výpočet maximální hodnoty (amplitudy) střídavého napětí?
12. Vyjádřete závislost mezi otáčkami rotoru alternátoru, počtem pólových dvojic rotoru a kmitočet indukovaného střídavého napětí.
13. Jaké hodnoty rozeznáváme u střídavého napětí a u střídavého proudu?
14. Co je efektivní hodnota střídavého proudu?
15. Jaký je vztah mezi maximální a efektivní hodnotou?

16. Co je to střední hodnota střídavého proudu?
17. Jaký je vztah mezi střední hodnotou a maximální hodnotou střídavého proudu?
18. Co je to fázor?
19. Jak zobrazujeme veličiny sinusového průběhu pomocí fázorů?
20. Vyjmenujte zásady pro kreslení fázorového diagramu.
21. Podle kterých pravidel sčítáme a odečítáme fázory?
22. Co to je činný odpor?
23. Co to znamená, když se řekne, že střídavý proud a střídavé napětí jsou ve fázi?
24. V jakém tvaru je Ohmův zákon pro jednoduchý elektrický obvod střídavého proudu s rezistorem s činným odporem?
25. Nakreslete fázorový diagram pro střídavý proud a napětí ve fázi.
26. Nakreslete průběh sinusového střídavého napětí podle obr. 149a pro maximální hodnotu 500 V. Měřítko napětí: 1 mm $\hat{=}$ 5 V, měřítko úhlů: 1 mm $\hat{=}$ 2°.
   Z grafu potom zjistěte:
   aa) okamžité hodnoty napětí pro úhly
      a) $\alpha_1 = 60°$, b) $\alpha_2 = 180°$, c) $\alpha_3 = 210°$
   bb) úhly pro okamžité hodnoty střídavého napětí
      a) $u_1 = 433$ V, b) $u_2 = 0$, c) $u_3 = 250$ V.
27. Určete periodu T, je-li kmitočet sinusového průběhu
   a) $16\frac{2}{3}$ Hz, b) 50 Hz, c) 1 kHz.
28. Určete kmitočet, je-li perioda
   a) 0,0016 s, b) 0,025 s, c) 0,5 ms.
29. Vypočítejte úhlový kmitočet střídavého napětí s kmitočtem
   a) 50 Hz, b) 700 Hz, c) 5 kHz.
30. Určete ve stupních úhly
   a) $\alpha_1 = 3{,}5$ rad, b) $\alpha_2 = 1{,}85$ rad, c) $\alpha_3 = 6$ rad.
31. Kolik otáček musí vykonat rotor alternátoru, aby se ve vinutí statoru indukovalo napětí s kmitočtem 50 Hz, má-li rotor
   a) 8 pólů, b) $p = 10$ a c) $2p = 32$.
32. Kolik pólů má rotor alternátoru, jestliže se ve vinutí statoru indukuje napětí s kmitočtem 50 Hz a rotor má otáčky
   a) 500 min^{-1}, b) 375 min^{-1}, c) 200 min^{-1}?
33. Vypočítejte maximální hodnotu střídavého napětí, je-li jeho efektivní hodnota
   a) 24 V b) 380 V, c) 22 kV.

34. Určete efektivní hodnotu střídavého napětí, je-li jeho maximální hodnota
   a) 59,4 V, b) 707 V, c) 155 kV.
35. Určete maximální a střední hodnotu střídavého proudu, je-li jeho efektivní hodnota 15 A.
36. Rezistorem s činným odporem 5 Ω prochází střídavý proud 44 A. Určete
   a) napětí na svorkách rezistoru a jeho maximální hodnotu,
   b) maximální hodnotu proudu,
   c) nakreslete fázorový diagram pro měřítko proudu 1 mm $\hat{=}$ 1 A a měřítko napětí 1 mm $\hat{=}$ 4 V.
37. Určete činný odpor rezistoru, který je připojen na maximální střídavé napětí 170 V a jímž prochází maximální proud 5,65 A. Stanovte efektivní hodnoty napětí a proudu a nakreslete fázorový diagram.
   Měřítka: 1 mm $\hat{=}$ 2 V, 1 cm $\hat{=}$ 1 A.

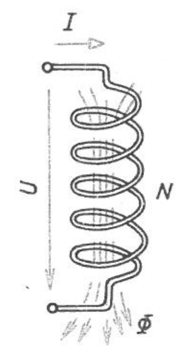
7.7. INDUKČNOST

7.7.1. Vlastní indukčnost

Připojíme-li cívku s N závity ke zdroji střídavého napětí U (obr. 157), prochází jí střídavý proud I, který v ní vyvolá střídavý magnetický tok Φ. V závitech cívky se bude indukovat napětí.

V odst. 6.13.1 jste poznali, že ve smyčce se indukuje napětí, které se podle Faradayova zákona rovná

$$u = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$



Obr. 157. K výkladu vlastní indukčnosti – cívka v obvodu střídavého proudu

V cívce, která má N závitů, se indukuje Nkrát větší napětí, tj.

$$u = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Indukované napětí je podle tohoto zákona úměrné počtu závitů N a rovnoměrné změně magnetického toku $\Delta\Phi/\Delta t$. Indukované napětí působí vždy proti změně, která jej vyvolala. Při zvětšování proudu působí indukované napětí proti připojenému svorkovému napětí a při klesání proudu působí ve směru svorkového napětí.

Protože je střídavý magnetický tok Φ úměrný střídavému proudu I, je také změna magnetického toku úměrná změně proudu $\Delta I/\Delta t$, a tedy i napětí indukované tokem je úměrné změně střídavého proudu. Vlastní indukci charakterizuje fyzikální veličina zvaná indukčnost. Pro indukované napětí platí vztah

$$u = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Z toho

$$L = \frac{u}{\dfrac{\Delta I}{\Delta t}}$$

Z tohoto vzorce odvodíme jednotku indukčnosti henry (H).

$$[L] = \frac{\mathrm{V}}{\dfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{s}}} = \frac{\mathrm{V\,.\,s}}{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = \mathrm{H}$$

Cívka, kterou prochází střídavý proud, má indukčnost jeden henry, jestliže se v ní indukuje napětí jednoho voltu při rovnoměrné změně proudu jeden ampér za sekundu.

Magnetický spřažený tok cívky $\psi = N\Phi$ je u cívky bez jádra přímo úměrný proudu procházejícímu cívkou. Grafické zobrazení tohoto vztahu je na obr. 158. Vyšrafovaná plocha se rovná energii magnetického pole v cívce, neboť platí

$$E_m = \frac{1}{2}\psi I$$

Jednotku energie magnetického pole joule (J) odvodíme takto:

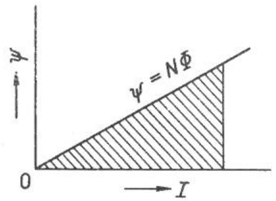
$$[E_m] = \mathrm{Wb\,.\,A = V\,.\,s\,.\,A = W\,.\,s = J} = \text{joule}$$

Indukčnost můžeme také definovat staticky, tj. magnetickým spřaženým tokem, který je v cívce vyvolán proudem 1 A. Vyjádřeno matematicky

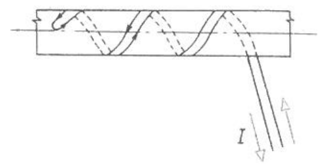
$$L = \frac{\psi}{I}$$

Dosadíme-li do vztahu pro výpočet energie magnetického pole za $\psi = LI$, dostaneme

$$E_m = \tfrac{1}{2}LI^2$$



Obr. 158. Závislost spřaženého magnetického toku cívky na proudu



Obr. 159. Bifilární vinutí cívky

Odvozený vztah použijeme pro určení výsledné indukčnosti několika cívek zařazených do série. Cívky s jádrem z feromagnetického materiálu mají větší indukčnost než stejné cívky bez jádra, protože se v nich při stejném proudu vyvolá větší magnetický tok. Potřebujeme-li cívku bez indukčnosti, navineme ji tzv. bifilárně, tj. současně dvěma vodiči (obr. 159). Po navinutí oba vodiče na jednom konci spojíme a druhé dva konce tvoří přívody. Tím dosáhneme toho, že vždy ve dvou společně navinutých vodičích prochází proud opačného směru, takže jejich magnetická pole působí proti sobě a navzájem se ruší. Ve vodičích se neindukuje žádné napětí.

Příklad 57: Jak velká je indukčnost cívky L, ve které se při rovnoměrné změně proudu z 8 A na 3 A za 2 sekundy indukuje napětí 5 V?
$u = 5\,\mathrm{V}$, $t = 2\,\mathrm{s}$, $I_1 = 8\,\mathrm{A}$, $I_2 = 3\,\mathrm{A}$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{8-3}{2}\,\mathrm{A\,.\,s^{-1}} = 2{,}5\,\mathrm{A\,.\,s^{-1}}$$

$$L = \frac{u}{\dfrac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{5}{2{,}5}\,\mathrm{H} = 2\,\mathrm{H}$$

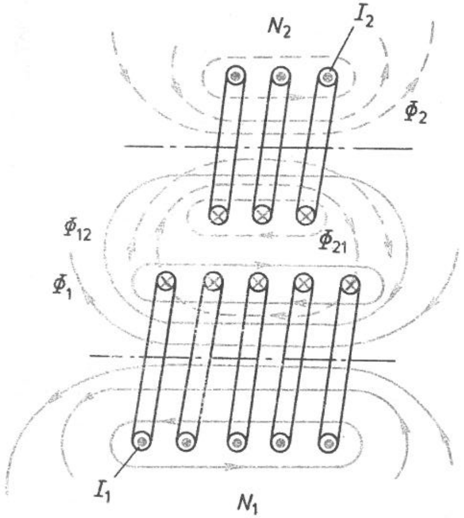
Cívka má indukčnost 2 H.

7.7.2. Vzájemná indukčnost

Na obr. 160 jsou dvě cívky. Jedna cívka má N_1 závitů a prochází jí střídavý proud I_1, který v ní vyvolá magnetický tok Φ_1. Část tohoto toku Φ_{12} zasahuje do druhé cívky, která má N_2 závitů. Protože střídavý proud I_1 je časově proměnný, je časově proměnný i magnetický tok Φ_1, a tedy i tok Φ_{12}. To má za následek, že se v cívce s N_2 závity indukuje napětí

$$u_2 = M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}$$

kde M je tzv. vzájemná indukčnost, jejíž jednotkou je také henry.



Obr. 160. Dvě cívky spřažené magnetickým tokem

Dvě cívky (obvody) mají vzájemnou indukčnost jeden henry, jestliže se v jedné (pasivní) cívce indukuje napětí jeden volt při rovnoměrné změně proudu v druhé (aktivní) cívce o jeden ampér za jednu sekundu. Vzájemná indukčnost dvou cívek závisí pouze na geometrickém uspořádání obou cívek, a proto je vzájemná indukčnost cívky N_1 vzhledem k cívce N_2 stejná jako vzájemná indukčnost cívky N_2 vzhledem k cívce N_1.

$$u_1 = M \frac{\Delta I_2}{\Delta t}$$

Jsou-li dvě cívky na společném jádru z feromagnetického materiálu, lze předpokládat, že se vzniklý magnetický tok bude uzavírat pouze v jádru,

takže vzájemná indukčnost bude záviset pouze na vlastní indukčnosti jednotlivých cívek (L_1, L_2). Potom platí

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

kde M je geometrický průměr L_1 a L_2.
Vzniknou-li rozptylové toky, je vzájemná indukčnost menší.

$$M = \varkappa \sqrt{L_1 L_2}$$

kde $\varkappa$ je *činitel vazby*. Činitel vazby má velikost od 0 do 1. Je-li $\varkappa = 1$, je *vazba těsná*, pro $\varkappa = 0$ je *vazba volná*.

7.8. ŘAZENÍ CÍVEK

7.8.1. Sériové řazení cívek

Jsou-li dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 zařazeny do série tak, že magnetický tok vybuzený proudem jedné cívky nezasahuje druhou cívku (obr. 161), je vzájemná indukčnost $M = 0$ H a energie magnetického pole obou cívek je

$$E_m = \tfrac{1}{2}L_1 I^2 + \tfrac{1}{2}L_2 I^2 = \tfrac{1}{2}L I^2$$

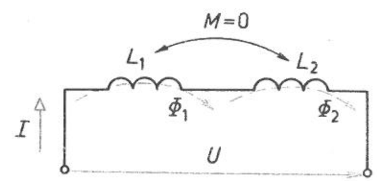
Z toho

$$L = L_1 + L_2$$

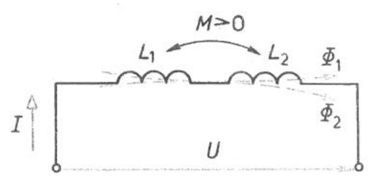
Cívky se chovají jako jedna cívka s indukčností L. Je-li *zařazeno do série několik cívek* a není-li žádná dvojice cívek vázána vzájemnou indukčností, je *výsledná indukčnost cívek*

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_n$$

Odvozený *vztah je analogický vztahu pro rezistory* zařazené do série.



Obr. 161. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zařazené do série, při vzájemné indukčnosti $M = 0$



Obr. 162. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zařazené do série, vázané vzájemnou indukčností M při působení magnetických toků ve stejném smyslu

Jsou-li dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 zařazeny do série tak, že magnetické toky vyvolané proudem v obou cívkách mají stejný směr a vzájemně se protínají (obr. 162), je vzájemná indukčnost $M > 0$ H a energie magnetického pole obou cívek je

$$E_m = \tfrac{1}{2}L_1 I^2 + \tfrac{1}{2}L_2 I^2 + 2 \, . \, \tfrac{1}{2}MI^2 = \tfrac{1}{2}LI^2$$

Z toho

$$L = L_1 + L_2 + 2M$$

Zařadíme-li dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 do série tak, že proud prochází ve druhé cívce opačným směrem než v první cívce, působí magnetické toky proti sobě. Zasahují-li toky cívky vzájemně (obr. 163), je vzájemná indukčnost $M > 0$ H a energie magnetického pole obou cívek je

$$E_m = \tfrac{1}{2}L_1 I^2 + \tfrac{1}{2}L_2 I^2 - 2 \, . \, \tfrac{1}{2}MI^2 = LI^2$$

Výsledná indukčnost obou cívek je

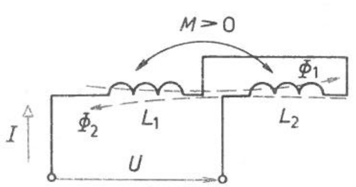
$$L = L_1 + L_2 - 2M$$

7.8.2. Paralelní řazení cívek

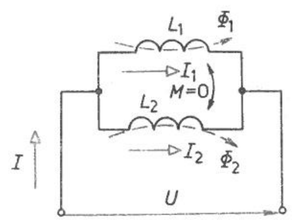
Při paralelním zařazení dvou cívek (obr. 164) s indukčnostmi L_1 a L_2 se v obou cívkách indukuje stejně velké napětí jenom tehdy, je-li jejich činný odpor zanedbatelný. Potom platí

$$u = L_1 \frac{\Delta i_1}{\Delta t} = L_2 \frac{\Delta i_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

kde L je výsledná indukčnost,
i výsledný střídavý proud paralelně zařazených cívek.



Obr. 163. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zařazené do série, vázané vzájemnou indukčností M při působení magnetických toků proti sobě



Obr. 164. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zařazené paralelně, při vzájemné indukčnosti $M = 0$

Pro výsledný proud platí

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \frac{\Delta i_1}{\Delta t} + \frac{\Delta i_2}{\Delta t}$$

neboli

$$\frac{u}{L} = \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2}$$

Je tedy

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \ldots + \frac{1}{L_n}$$

Pro dvě cívky platí

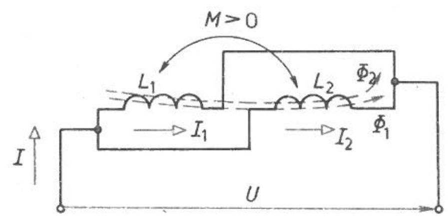
$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

Tento *vztah je analogický vztahu pro dva paralelně zařazené rezistory* a platí za uvedeného předpokladu.

Jsou-li dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, u nichž můžeme zanedbat jejich činný odpor, zařazeny paralelně tak, že magnetické toky mají souhlasný směr a vzájemně se protínají (obr. 165), je vzájemná indukčnost $M > 0$ H. Výslednou indukčnost dvou cívek pak určíme z rovnice

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1 + M} + \frac{1}{L_2 + M}$$

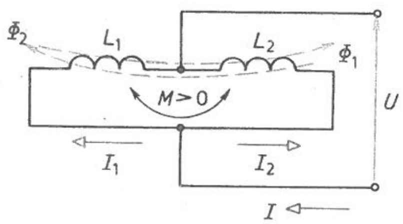
Jsou-li dvě cívky se zanedbatelným činným odporem a indukčnostmi L_1 a L_2 zařazeny paralelně tak, že magnetické toky působí proti sobě a obě



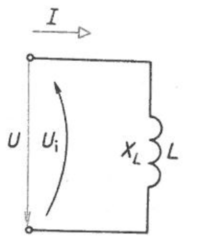
Obr. 165. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zapojené paralelně, vázané vzájemnou indukčností M při působení magnetických toků ve stejném smyslu

cívky jsou jimi protínány (obr. 166), vypočítáme výslednou indukčnost dvou cívek z rovnice

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1 - M} + \frac{1}{L_2 - M}$$



Obr. 166. Dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2, zapojené paralelně, vázané vzájemnou indukčností M při působení magnetických toků proti sobě



Obr. 167. Ideální cívka v obvodu střídavého proudu

U cívek, u kterých nelze zanedbat jejich činné odpory a které jsou paralelně zařazeny, nemůžeme výslednou indukčnost stanovit podle uvedených vztahů. Při řešení obvodů střídavého proudu počítáme u cívek s impedancemi a výslednou indukčnost určíme z výsledné impedance náhradní cívky.

7.9. CÍVKA V ELEKTRICKÉM OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

Na obr. 167 je schéma obvodu s ideální cívkou, u které je činný odpor vodiče tak malý, že je zanedbatelný ($R = 0\,\Omega$). Proud I procházející cívkou vyvolá v cívce magnetický tok Φ, který je časově proměnný a je ve fázi s proudem. Je-li proud nulový, je i magnetický tok nulový; je-li proud maximální, je magnetický tok také maximální.

Časově proměnný magnetický tok indukuje v závitech cívky napětí u_i, které je maximální při maximální změně magnetického toku, tj. v okamžiku, když magnetický tok má nulovou hodnotu. V tom okamžiku se jeho kladná hodnota mění na hodnotu zápornou nebo naopak. V okamžiku, kdy má magnetický tok maximální hodnotu, je jeho změna nulová, a proto se indukované napětí rovná také nule (obr. 168). Protože má magnetický tok sinusový průběh, probíhá i indukované napětí podle sinusoidy. Jeho směr určíme podle Lencova pravidla. Zvětšuje-li se magnetický tok v kladném směru, brání indukované napětí zvětšování magnetického toku, a má proto

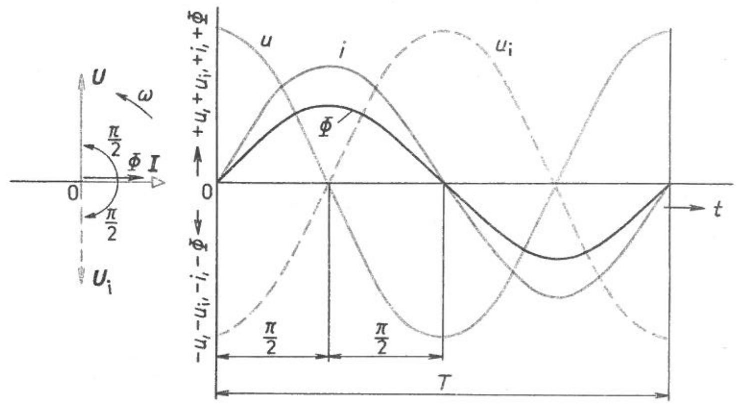
zápornou hodnotu (obr. 168). Zmenšuje-li se magnetický tok v kladném směru, působí indukované napětí stejným směrem, takže má kladnou hodnotu. Průběh indukovaného napětí během druhé půlvlny magnetického toku je obdobný. Aby cívkou procházel proud i, musí napětí zdroje u potlačit indukované napětí u_i. Průběh indukovaného napětí je zakreslen na obr. 168. Na obr. 168 je fázorový diagram pro obvod s ideální cívkou s indukčností L, ze kterého je vidět, že napětí zdroje předbíhá proud o 90°, tj. o úhel $\varphi = \pi/2$, a je s indukovaným napětím v protifázi, tzn. předbíhá jej o úhel π.

V článku 7.2 jsme odvodili, že maximální indukované napětí je

$$U_m = \omega N \Phi_m$$

V odst. 7.1 bylo odvozeno, že

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi_m}{I_m}$$



Obr. 168. Grafické znázornění průběhu střídavého napětí a střídavého proudu v obvodu s ideální cívkou

Můžeme tedy napsat

$$N\Phi_m = LI_m$$

a po dosazení do rovnice pro U_m dostaneme

$$U_m = \omega L I_m$$

Tuto rovnici můžeme také napsat pro efektivní hodnoty

$$U\sqrt{2} = \omega L I \sqrt{2}$$

Proud procházející cívkou je potom

$$I = \frac{U}{\omega L}$$

V této rovnici ωL označujeme X_L a je to tzv. *indukční reaktance*, kterou měříme v ohmech. Proto píšeme Ohmův zákon pro elektrický obvod s cívkou s indukčností L ve tvaru

$$I = \frac{U}{X_L}$$

$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

Převrácená hodnota indukční reaktance

$$\frac{1}{X_L} = B_L$$

se nazývá indukční jalová vodivost (indukční susceptance) a její jednotkou je siemens (S).

Upozorňujeme, že obdoba Ohmova zákona je zde pouze formální a ne fyzikální. Indukční reaktance není činný odpor, ale je to fyzikální veličina, kterou matematicky vyjadřujeme vlastní indukční účinky cívky. Ohmův zákon platí jen pro maximální a efektivní hodnoty, nikoliv pro okamžité hodnoty, jako je tomu v obvodu s činným odporem.

Příklad 58: Jak velká je indukčnost cívky zapojené v elektrickém obvodu, který je připojen na střídavé napětí 220 V, 50 Hz, a jímž prochází proud 1 A.
$U = 220$ V, $f = 50$ Hz, $I = 1$ A
Indukční reaktance

$$X_L = \frac{U}{I} = \frac{220}{1}\,\Omega = 220\,\Omega$$

Indukčnost

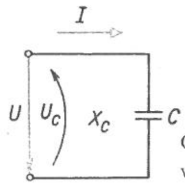
$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{220}{2\pi \,.\, 50}\,\text{H} = 0{,}7\,\text{H}$$

Indukčnost cívky je 0,7 H.

7.10. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Co se děje v cívce, kterou prochází střídavý proud?
2. Co je to vlastní indukčnost a jaká je její jednotka?
3. Kdy má cívka indukčnost 1 H?
4. Která cívka ze dvou stejných cívek má větší indukčnost – cívka s jádrem nebo bez jádra? Proč?
5. Co je to bifilární vinutí cívky a jaká je jeho výhoda?
6. Kdy nastává vzájemná indukčnost a jaká je její jednotka?
7. Kdy mají dvě cívky vzájemnou indukčnost 1 H?
8. Jaký vztah platí pro vzájemnou indukčnost dvou cívek s indukčnostmi L_1 a L_2?
9. Co vyjadřuje činitel vazby? Jakou může mít hodnotu?
10. Jak vypočítáme výslednou indukčnost cívek řazených do série, je-li vzájemná indukčnost 0 H?
11. Jak vypočítáme výslednou indukčnost dvou cívek řazených do série, je-li jejich vzájemná indukčnost větší než 0 H a působí-li magnetické toky stejným směrem?
12. Jak vypočítáme výslednou indukčnost dvou cívek řazených do série, je-li jejich vzájemná indukčnost větší než 0 H a působí-li magnetické toky proti sobě?
13. Jaký vztah platí pro dvě cívky s indukčnostmi L_1 a L_2 řazené paralelně, je-li vzájemná indukčnost 0 H?
14. Jaký je vztah mezi svorkovým napětím a střídavým proudem v obvodu, ve kterém je zapojena ideální cívka?
15. Jaký je fázový posun mezi proudem a svorkovým střídavým napětím v obvodu s ideální cívkou?
16. Čemu se rovná indukční reaktance a jaká je její jednotka?
17. Jak se mění indukční reaktance, když se kmitočet napětí zvyšuje nebo snižuje? Zdůvodněte!
18. Co je to jalová indukční vodivost a jaká je její jednotka?
19. Jak velká je indukčnost cívky, ve které se indukuje napětí 63 V při rovnoměrné změně proudu z 10 A na 1 A za 0,004 s?
20. Určete vzájemnou indukčnost dvou cívek, z nichž jedna má indukčnost 50 mH a druhá má indukčnost 70 mH, je-li činitel vazby 0,55.
21. Určete činitele vazby dvou cívek, z nichž první má indukčnost 0,03 H a druhá 0,06 H a jejichž vzájemná indukčnost je 21 mH.
22. Dvě cívky mají vzájemnou indukčnost 50 mH. Určete napětí v druhé cívce, zvětší-li se v první cívce proud rovnoměrně z 2 A na 8 A za 5 ms.

23. Jak velkou indukční reaktanci má cívka s indukčností 15 mH při kmitočtu
    a) 50 Hz, b) 700 Hz, c) 3 kHz?
24. Určete indukčnost pro indukční reaktanci 15 Ω při kmitočtu
    a) 50 Hz, b) 900 Hz, c) 3 kHz.
25. Určete, při kterém kmitočtu má cívka s indukčností 0,03 H indukční reaktanci
    a) 9,42 Ω, b) 150,7 Ω, c) 565,2 Ω.
26. Jak velká je indukčnost cívky, kterou prochází proud 1,4 A po připojení na svorkové napětí 220 V, 50 Hz?
27. Cívkou s indukčností 220 mH prochází proud 159 mA při napětí 1 kV. Určete, jaký je kmitočet střídavého proudu.
28. Jak velká je indukční vodivost (susceptance) cívky s indukčností 30 mH při kmitočtu 50 Hz?



Obr. 169. Ideální kondenzátor v obvodu střídavého proudu

7.11. KONDENZÁTOR V ELEKTRICKÉM OBVODU STŘÍDAVÉHO PROUDU

Na obr. 169 je schéma obvodu s ideálním kondenzátorem, tj. s kondenzátorem, který má dokonale nevodivé dielektrikum, takže má pouze kapacitu. Po připojení obvodu na střídavé sinusové napětí se bude kondenzátor střídavě nabíjet a vybíjet a jeho okamžitý náboj se v každém okamžiku změní. Okamžitý náboj je dán vztahem

$$q = uC$$

Zvyšuje-li se napětí v první čtvrtině periody (obr. 170) z nuly na maximální hodnotu, kondenzátor se nabíjí a jeho náboj dosáhne při napětí U_m největší hodnoty, při níž je kondenzátor nabit. Ve druhé čtvrtině periody klesá napětí u na nulovou hodnotu a kondenzátor se vybíjí. Ve třetí a čtvrté čtvrtině periody se děj opakuje, ale proud prochází opačně. Při nabíjení a vybíjení kondenzátoru prochází obvodem střídavý proud, který má sinusový průběh. Je maximální v okamžiku, když napětí u prochází právě nulovou hodnotou, tj. v okamžiku, ve kterém se kondenzátor začíná nabíjet.

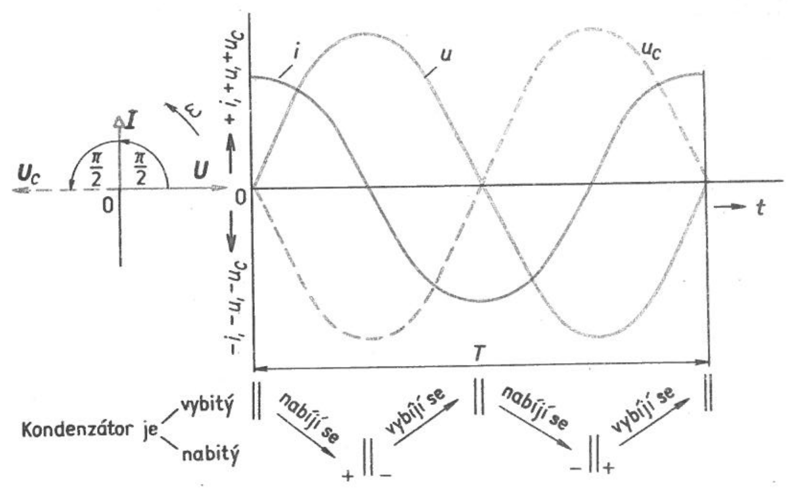
Nulovou hodnotu má proud, je-li napětí $u = U_m$. Kondenzátor je v tomto okamžiku nabit. Nabíjení a vybíjení kondenzátoru trvá přesně čtvrtinu periody, to znamená, že přívody ke kondenzátoru prochází střídavý proud.

Na začátku nabíjení se svorkové napětí zdroje i napětí na kondenzátoru rovná nule. Během nabíjení kondenzátoru se na něm napětí zvyšuje a v okamžiku, kdy je kondenzátor nabit, dosáhne maximální hodnoty. Napětí na kondenzátoru působí proti svorkovému napětí, je v protifázi. Jakmile začne svorkové napětí klesat, kondenzátor se vybíjí, napětí na něm se také snižuje na nulovou hodnotu a pro $u = 0$ je kondenzátor zcela vybit. Průběh napětí na kondenzátoru je sinusový, protože napětí je vyvoláno sinusovým proudem.

Na obr. 170 je fázorový diagram, podle kterého proud v obvodu s kapacitou předbíhá svorkové napětí zdroje o 90°, tj. o úhel $\varphi = \pi/2$. Časový průběh proudu, svorkového napětí a napětí na kondenzátoru je na obr. 170.

Střídavý proud v obvodu s kondenzátorem je tím větší, čím větší je kapacita, čím vyšší je kmitočet svorkového napětí (tj. čím rychleji se střídá nabíjení s vybíjením kondenzátoru) a čím větší je maximální hodnota (amplituda) svorkového napětí. Maximální hodnota nabíjecího proudu je tedy

$$I_m = \omega U_m C$$



Obr. 170. Grafické znázornění průběhu střídavého napětí a střídavého proudu v obvodu s ideálním kondenzátorem s kapacitou C

Pro efektivní hodnotu proudu, který prochází obvodem, platí

$$I\sqrt{2} = \omega U \sqrt{2} \,.\, C$$
$$I = \omega U C$$

Porovnáme-li tento vztah s Ohmovým zákonem pro obvod s cívkou

$$I_L = \frac{U}{X_L} = B_L U$$

vidíme, že podobně jako $I_L = B_L U$, můžeme psát $I_C = B_C U$. Výraz $\omega C = B_C$ je jalová kapacitní vodivost neboli kapacitní susceptance. Převrácená hodnota jalové kapacitní vodivosti je kapacitní reaktance

$$\frac{1}{B_C} = X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad \text{takže} \qquad I_C = \frac{U}{X_C}$$

Jednotkou kapacitní reaktance je ohm (Ω); odvodíme ji takto:

$$[X_C] = \frac{1}{\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{A\,.\,s}}{\mathrm{V}}} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = \Omega$$

Jednotkou jalové kapacitní vodivosti je siemens (S); odvodíme ji takto:

$$[B_C] = \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot \frac{\mathrm{A\,.\,s}}{\mathrm{V}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}} = \mathrm{S}$$

Uvedený tvar Ohmova zákona platí pouze pro maximální a efektivní hodnoty. Neplatí (stejně jako při indukčnosti) pro okamžité hodnoty.

Příklad 59: Jak velká je kapacita kondenzátoru zapojeného v obvodu, prochází-li obvodem po připojení na napětí 220 V s kmitočtem 50 Hz proud 1,46 A.

$U = 220$ V, $f = 50$ Hz, $I = 1{,}46$ A

$$X_C = \frac{U}{I} = \frac{220}{1{,}46}\,\Omega = 150{,}6\,\Omega \doteq 150\,\Omega$$

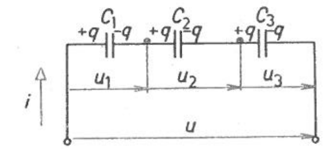
$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\,.\,\pi\,.\,50\,.\,150}\,\mathrm{F} = 0{,}000\,021\ \mathrm{F} = 21\ \mu\mathrm{F}$$

Kapacita kondenzátoru je 21 μF.

7.12. ŘAZENÍ KONDENZÁTORŮ

Kondenzátory se vyrábějí s kapacitami a jmenovitým napětím danými normami. V praxi často potřebujeme kapacitu, která není v normalizované řadě. Získáme ji vhodným řazením kondenzátorů.

7.12.1. Sériové řazení kondenzátorů



Obr. 171. Sériové řazení kondenzátorů

Schéma sériového řazení kondenzátorů je na obr. 171. Po připojení ke zdroji střídavého napětí (jak jsme poznali v předcházejícím článku) se kondenzátory střídavě nabíjejí a vybíjejí. V určitém okamžiku má napětí hodnotu u a přívody ke kondenzátorům projde proud i, který přenese na elektrody kondenzátorů náboj q. Na jedné elektrodě se nahromadí náboj $+q$, na druhé elektrodě, která je oddělena dielektrikem, se nahromadí náboj $-q$. To se opakuje tolikrát, kolik kondenzátorů je řazeno do série. Při různých kapacitách je na kondenzátorech různé okamžité napětí, ale jejich součet se musí rovnat okamžitému napětí zdroje.

$$u = u_1 + u_2 + u_3$$

Vyjádříme-li napětí pomocí kapacity a náboje, platí

$$u = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$
$$u = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$
$$u = q\frac{1}{C}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

kde C je výsledná kapacita kondenzátoru, který lze nahradit kondenzátory řazenými do série.

Při řazení kondenzátorů do série se rovná převrácená hodnota výsledné kapacity součtu převrácených hodnot kapacit jednotlivých kondenzátorů. Výsledná kapacita je vždy *menší* než kapacita nejmenšího z kondenzátorů řazených do série.

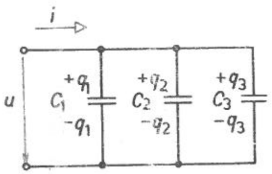
Pro dva kondenzátory řazené do série platí

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

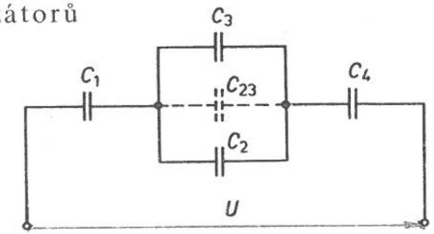
Pro řazení kondenzátorů do série platí vzorce analogické vzorcům pro rezistory řazené paralelně.

Kondenzátory řadíme do série, potřebujeme-li kapacitu zmenšit nebo je-li jmenovité napětí kondenzátoru menší než provozní; toto zapojení lze použít i jako dělič napětí.

7.12.2. Paralelní řazení kondenzátorů



Obr. 172. Paralelní řazení kondenzátorů



Obr. 173. Sériově paralelní řazení kondenzátorů

Při paralelním řazení kondenzátorů (obr. 172) je na všech kondenzátorech stejné okamžité střídavé napětí. Jsou-li kapacity kondenzátorů různé, je na každém z nich také různý okamžitý náboj, ale součet těchto nábojů se rovná celkovému náboji q.

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

Vyjádříme-li náboj pomocí kapacity a napětí, platí

$$q = uC_1 + uC_2 + uC_3$$
$$q = u(C_1 + C_2 + C_3)$$
$$q = uC$$

Výsledná kapacita kondenzátorů řazených paralelně

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

Při paralelním řazení kondenzátorů se výsledná kapacita rovná součtu kapacit jednotlivých kondenzátorů; platí zde *analogie s rezistory* řazenými do série.

Při paralelním řazení kondenzátorů kapacitu *zvětšujeme*, ale jmenovité napětí kondenzátorů se musí rovnat provoznímu napětí.

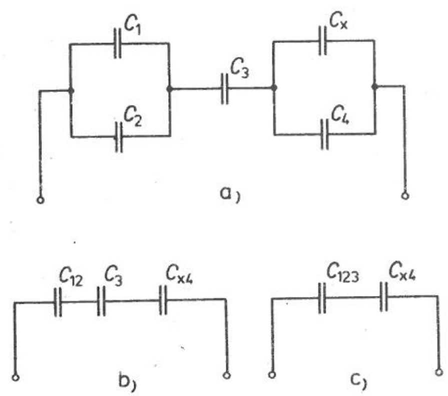
7.12.3. Sériově paralelní řazení kondenzátorů

Sériově paralelní řazení kondenzátorů je řazení smíšené. Jsou v něm řazeny kondenzátory paralelně i v sérii (obr. 173). Výslednou kapacitu určíme tak, že paralelní kondenzátory nahradíme kondenzátory s dílčími kapacitami, a tím daný obvod převedeme na obvod, ve kterém jsou kondenzátory řazeny pouze do série

$$C_{23} = C_2 + C_3$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4}$$

Toto řazení kondenzátorů používáme, potřebujeme-li *zmenšit* kapacitu a *je-li jmenovité napětí kondenzátorů nižší*, než je *napětí provozní*.

▼ *Příklad 60*: Určete kapacitu kondenzátoru C_x zapojeného podle schématu na obr. 174a tak, aby výsledná kapacita byla $C = 4\,\mu F$. Kapacity kondenzátorů jsou: $C_1 = 5\,\mu F$, $C_2 = 10\,\mu F$, $C_3 = 10\,\mu F$, $C_4 = 5\,\mu F$.



Obr. 174. Schéma zapojení k příkladu 60

Schéma zapojení zjednodušíme na zapojení podle obr. 174b a potom podle obr. 174c.

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

$$C_{12} = (5 + 10)\,\mu F = 15\,\mu F$$

$$C_{123} = \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3}$$

$$C_{123} = \frac{15\,.\,10}{15 + 10}\,\mu F = 6\,\mu F$$

Výsledná kapacita

$$C = \frac{C_{123}C_{x4}}{C_{123} + C_{x4}}$$

Po dosazení za C a C_{123} dostaneme

$$4\,\mu F = \frac{6\,\mu F\,.\,C_{x4}}{6\,\mu F + C_{x4}}$$

$$24\,\mu F + 4\,\mu F\,.\,C_{x4} = 6\,\mu F\,.\,C_{x4}$$

$$24\,\mu F = 2\,\mu F\,.\,C_{x4}$$

$$C_{x4} = 12\,\mu F$$

a tedy

$$C_x = C_{x4} - C_4$$

$$C_x = (12 - 5)\,\mu F = 7\,\mu F$$

Zkouška podle schématu (obr. 174b)

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{x4}}$$

$$\frac{1}{C} = \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}\right)\mu F^{-1}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{4 + 6 + 5}{60}\,\mu F^{-1} = \frac{15}{60}\,\mu F^{-1}$$

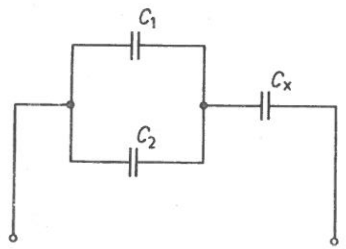
$$C = \frac{60}{15}\,\mu F = 4\,\mu F$$

▲ Aby výsledná kapacita C byla 4 μF, musí mít kondenzátor C_x kapacitu 7 μF.

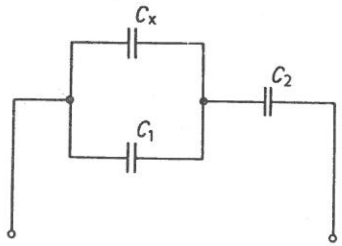
7.13. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Vysvětlete, jak působí kondenzátor v obvodu střídavého proudu.
2. Jak určíme proud v obvodu s kapacitou?
3. Jaký vztah platí pro kapacitní reaktanci, kterou představuje kondenzátor s kapacitou C po připojení na napětí s kmitočtem f?
4. Jaká je jednotka kapacitní reaktance?
5. Jak se změní kapacitní reaktance, jestliže se kmitočet napětí zvyšuje nebo snižuje? Zdůvodněte!
6. Jaký je fázový posun mezi napětím zdroje a proudem v obvodu s ideálním kondenzátorem?
7. Co je to jalová kapacitní vodivost a jaká je její jednotka?
8. Jak určíme výslednou kapacitu několika kondenzátorů řazených do série, se stejnými a různými kapacitami?
9. Čemu se rovná výsledná kapacita dvou kondenzátorů řazených do série, se stejnými a různými kapacitami?
10. Jak určíme výslednou kapacitu několika kondenzátorů řazených paralelně, se stejnými a různými kapacitami?
11. Vysvětlete, jak postupujeme při výpočtu výsledné kapacity obvodu, ve kterém je několik kondenzátorů řazeno sériově paralelně.
12. Kdy používáme sériové řazení kondenzátorů?
13. Kdy používáme paralelní řazení kondenzátorů?
14. Kdy používáme sériově paralelní řazení kondenzátorů?
15. Jak velká je kapacitní reaktance kondenzátoru s kapacitou
    a) 318,4 μF, b) 63,66 μF, c) 21,23 μF, při kmitočtu 50 Hz?
16. Jak velkou kapacitu musí mít kondenzátor, abychom při kmitočtu 50 Hz dostali kapacitní reaktanci
    a) 15 Ω, b) 300 Ω, c) 1 kΩ?
17. Určete kmitočet střídavého napětí, při kterém má kondenzátor s kapacitou 32 μF kapacitní reaktanci
    a) 30 Ω, b) 99,5 Ω, c) 130 Ω.
18. Kondenzátor s kapacitou 32 μF je připojen na střídavé napětí 25 V a prochází jím proud 5 A. Jaký je kmitočet tohoto střídavého napětí?
19. Jak velká je kapacitní vodivost (susceptance) pro kapacitu 16 μF při kmitočtu 50 Hz.
20. Jak velký střídavý proud prochází obvodem, je-li v něm zapojen kondenzátor s kapacitou 30 μF při napětí 220 V, 50 Hz.

21. Kondenzátory s kapacitami $C_1 = 4\,\mu F$, $C_2 = 5\,\mu F$, $C_3 = 6\,\mu F$ jsou řazeny
a) všechny paralelně, b) všechny do série, c) C_1 a C_2 paralelně a C_3 k nim do série. Nakreslete schéma zapojení a vypočítejte výslednou kapacitu.
22. Určete kapacitu C_x ve schématu na obr. 175 tak, aby při hodnotách $C_1 = 8\,\mu F$, $C_2 = 12\,\mu F$ byla výsledná kapacita $C = 4\,\mu F$.
23. Určete kapacitu C_x kondenzátoru, který je třeba zapojit do obvodu podle schématu na obr. 176, aby výsledná kapacita byla $C = 0{,}15$ pF. Kapacity kondenzátorů jsou $C_1 = 0{,}5$ pF, $C_2 = 0{,}2$ pF.



Obr. 175. Schéma zapojení k cvičení 22 z čl. 7.13.



Obr. 176. Schéma zapojení k cvičení 23 z čl. 7.13.

7.14. SLOŽENÉ OBVODY STŘÍDAVÉHO PROUDU

Rezistor, cívku a kondenzátor můžeme řadit sériově (za sebou) nebo paralelně (vedle sebe) nebo sériově paralelně (kombinovaně). Tak vznikají složené obvody. Při řešení těchto obvodů zachováváme určitý postup, který vysvětlíme v dalším článku.

7.14.1. Skutečná cívka v elektrickém obvodu střídavého proudu

Každá *cívka* (kromě bifilární) *má indukčnost*, a protože je navinuta z drátu, má i *činný odpor*. Představuje tedy *obvod* složený *z ideální cívky* s indukčností a z *rezistoru* s činným odporem, řazeného *v sérii*. Schéma obvodu je na obr. 177 a při řešení postupujeme takto:

a) Do schématu *vyznačíme zvolený kladný směr svorkového napětí U*. Tím je dán kladný směr proudu I, úbytek napětí na rezistoru U_R a na cívce U_L.

b) Potom *nakreslíme fázorový diagram* (obr. 178) pro efektivní hodnoty. Začínáme jej kreslit *od řídicího fázoru*, tj. od fázoru veličiny, která je společná všem prvkům zapojeným v obvodu. Při sériovém zapojení prvků je to *fázor proudu*, neboť proud prochází jak rezistorem, tak i cívkou. Délku fázoru proudu volíme libovolnou a fázor nakreslíme v kladném směru vodorovné osy. Úbytek napětí U_R je ve fázi s proudem, a proto fázor $\boldsymbol{U}_R$ nakreslíme také v kladném směru vodorovné osy. Úbytek napětí na cívce U_L předbíhá proud o úhel 90° (tj. $\pi/2$), a fázor $\boldsymbol{U}_L$ tedy nakreslíme do kladného směru svislé osy. Fázor svorkového napětí dostaneme geometrickým sečtením fázoru $\boldsymbol{U}_R$ a $\boldsymbol{U}_L$.

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_R + \boldsymbol{U}_L$$

c) Po nakreslení fázorového diagramu *řešíme obvod matematicky*. Fázory $\boldsymbol{U}_R$ a $\boldsymbol{U}_L$ svírají úhel 90°, takže svorkové napětí U můžeme vyjádřit pomocí Pythagorovy věty

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

Dosadíme-li za $U_R = IR$ a za $U_L = IX_L$, dostaneme

$$U = I\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Výraz s odmocninou je *impedance* a označuje se Z. Jednotkou impedance je ohm.

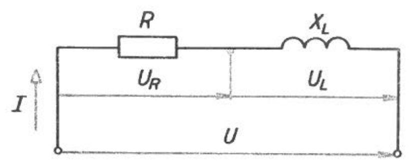
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Velikost svorkového napětí je potom dána vztahem

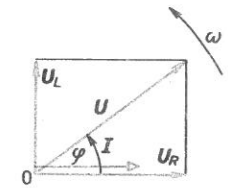
$$U = IZ$$

Z toho proud je

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$



Obr. 177. Schéma skutečné cívky v obvodu střídavého proudu



Obr. 178. Fázorový diagram pro střídavý obvod na obr. 177

Převrácená hodnota impedance je admitance. Jednotkou admitance je siemens (S).

$$Y = \frac{1}{Z}$$

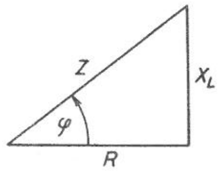
Z fázorového diagramu vyplývá, že svorkové napětí předbíhá proud o úhel φ. Určíme jej pomocí goniometrických funkcí

$$\cos \varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{RI}{ZI} = \frac{R}{Z}$$

$$\sin \varphi = \frac{U_L}{U} = \frac{X_L I}{ZI} = \frac{X_L}{Z}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L I}{RI} = \frac{X_L}{R}$$

Ve fázorovém diagramu tvoří fázory $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{U}_R$, $\boldsymbol{U}_L$ pravoúhlý trojúhelník zvaný trojúhelník napětí. Dělíme-li napětí proudem, dostaneme trojúhelník odporů a z něho vyplývají vztahy (obr. 179)



Obr. 179. Trojúhelník odporů

$$R = Z \cos \varphi$$

$$X_L = Z \sin \varphi$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Z trojúhelníku napětí dostaneme

$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_L = U \sin \varphi$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$$

Příklad 61: Po připojení cívky na stejnosměrné napětí 60 V prochází cívkou stejnosměrný proud 4 A a po připojení na střídavé napětí 60 V s kmitočtem 50 Hz prochází cívkou proud 1 A. Určete indukčnost cívky, fázový posun a úbytky napětí U_R a U_L.
$U_{ss} = 60$ V, $I_{ss} = 4$ A, $U = 60$ V, $I = 1$ A, $f = 50$ Hz

Činný odpor

$$R = \frac{U_{ss}}{I_{ss}} = \frac{60}{4}\,\Omega = 15\,\Omega$$

Impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{60}{1}\,\Omega = 60\,\Omega$$

Indukční reaktance

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{60^2 - 15^2}\,\Omega = \sqrt{3600 - 225}\,\Omega \doteq 58\,\Omega$$

Indukčnost

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2 \,.\, \pi f} = \frac{58}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50}\,\mathrm{H} = 0{,}1847\,\mathrm{H} \doteq 185\,\mathrm{mH}$$

Fázový posun

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{60} = 0{,}25$$

$$\varphi \doteq 75°30'$$

$$\sin 75°30' = 0{,}968$$

Úbytek napětí U_R

$$U_R = U \cos 75°30' = 60 \,.\, 0{,}25\,\mathrm{V} = 15\,\mathrm{V}$$

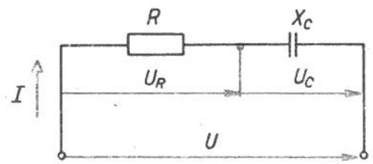
Úbytek napětí U_L

$$U_L = U \sin 75°30' = 60 \,.\, 0{,}968\,\mathrm{V} \doteq 58\,\mathrm{V}$$

Cívka má indukčnost 185 mH, fázový posun 75°30', napětí $U_R = 15$ V a $U_L \doteq 58$ V.

7.14.2. Skutečný kondenzátor v elektrickém obvodu střídavého proudu

Na obr. 180 je schéma zapojení *skutečného kondenzátoru*, u kterého jsou vlastní ztráty vyjádřeny *rezistorem* zapojeným v sérii s *ideálním kondenzátorem.*



Obr. 180. Skutečný kondenzátor v obvodu střídavého proudu

Obvod řešíme obdobně jako sériový obvod s rezistorem a ideální cívkou. Ve schématu zapojení vyznačíme kladný směr svorkového napětí, proudu a úbytků napětí U_R a U_C. Na obr. 181 je fázorový diagram, který se liší od fázorového diagramu pro obvod s rezistorem v sérii s ideální cívkou tím, že fázor úbytku napětí $\boldsymbol{U}_C$ je zakreslen v záporném směru na ose y, protože se napětí na ideálním kondenzátoru zpožďuje za proudem o úhel $\varphi = 90°$ (tj. $\pi/2$). Geometrický součet fázorů úbytků napětí $\boldsymbol{U}_R$ a $\boldsymbol{U}_C$ se rovná fázoru svorkového napětí $\boldsymbol{U}$.

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_R + \boldsymbol{U}_C$$

Podle Pythagorovy věty dostaneme z trojúhelníku napětí (obr. 181) vztah

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$$

Protože platí

$$U_R = IR \quad \text{a} \quad U_C = IX_C$$

je

$$U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = I\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Impedance

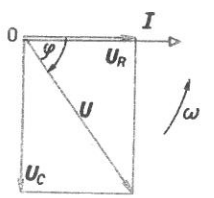
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

Proud procházející obvodem

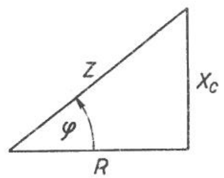
$$I = \frac{U}{Z}$$

Admitance

$$Y = \frac{1}{Z}$$



Obr. 181. Fázorový diagram pro obvod na obr. 180



Obr. 182. Trojúhelník odporů

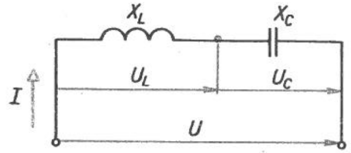
Dělíme-li napětí proudem, dostaneme trojúhelník odporů (obr. 182), podle kterého platí

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \qquad R = Z\cos\varphi \qquad U_R = U\cos\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{X_C}{Z} = \frac{1}{\omega CZ} \qquad X_C = Z\sin\varphi \qquad U_C = U\sin\varphi$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega CR}$$

7.14.3. Sériové zapojení cívky a kondenzátoru

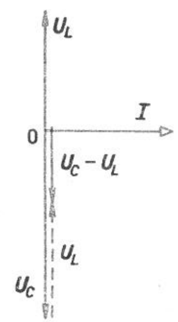


Obr. 183. Cívka a kondenzátor zapojené v sérii

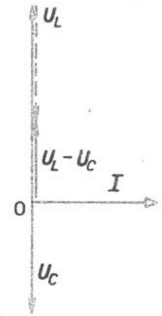
Schéma sériového obvodu s ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je na obr. 183. Fázorový diagram pro úbytek napětí $U_C > U_L$ je na obr. 184. Na obr. 185 je fázorový diagram pro $U_L > U_C$. Fázor svorkového napětí $\boldsymbol{U}$ se rovná rozdílu

$$\boldsymbol{U}_C - \boldsymbol{U}_L \quad \text{nebo} \quad \boldsymbol{U}_L - \boldsymbol{U}_C$$

Uvažujme, že platí $U_L > U_C$. Potom platí $\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_L - \boldsymbol{U}_C$.



Obr. 184. Fázorový diagram pro obvod na obr. 183 pro $U_C > U_L$



Obr. 185. Fázorový diagram pro obvod na obr. 183 pro $U_L > U_C$

Dosadíme-li za $U_L = IX_L$ a za $U_C = IX_C$, dostaneme

$$U = I(X_L - X_C)$$

Výsledná reaktance obvodu

$$X = X_L - X_C$$

Výsledná jalová vodivost

$$B = \frac{1}{X}$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{X}$$

Příklad 62: Cívka s indukčností 12,7 mH a kondenzátor s kapacitou 200 μF jsou zapojeny do série a prochází jimi střídavý proud 5 A. Určete, na jaké napětí s kmitočtem 50 Hz jsou připojeny. Schéma zapojení a fázorový diagram jsou na obr. 183 a 184.
Uvažujeme ideální cívku a ideální kondenzátor.
$L = 12{,}7\ \text{mH} = 0{,}0127\ \text{H}$, $C = 200\ \mu\text{F} = 200 \,.\, 10^{-6}\ \text{F}$, $I = 5\ \text{A}$, $f = 50\ \text{Hz}$
Indukční reaktance

$$X_L = \omega L = 2 \,.\, \pi f L = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 0{,}127\ \Omega = 4\ \Omega$$

Kapacitní reaktance

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \,.\, \pi f C} = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 200 \,.\, 10^{-6}}\ \Omega = 16\ \Omega$$

Úbytky napětí na cívce a kondenzátoru

$$U_L = IX_L = 5 \,.\, 4\ \text{V} = 20\ \text{V}$$
$$U_C = IX_C = 5 \,.\, 16\ \text{V} = 80\ \text{V}$$

Napětí zdroje

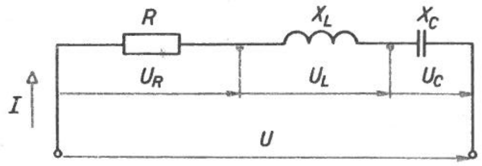
$$U = U_C - U_L = (80 - 20)\ \text{V} = 60\ \text{V}$$

Obdobně platí

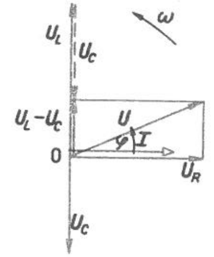
$$X = X_C - X_L$$
$$X = (16 - 4)\ \Omega$$
$$X = 12\ \Omega$$

7.14.4. Sériové zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru

Schéma sériového obvodu s rezistorem s činným odporem R, ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je na obr. 186 a jeho fázorový diagram je na obr. 187.



Obr. 186. Rezistor, cívka a kondenzátor zapojené v sérii



Obr. 187. Fázorový diagram pro obvod na obr. 186

Při kreslení fázorového diagramu postupujeme takto:

a) Proud je v celém obvodu stejný. Jeho fázor nakreslíme ve zvolené velikosti do kladného směru vodorovné osy.

b) Úbytek napětí na rezistoru $U_R = IR$ je s proudem ve fázi. Znázorníme jej fázorem, který má stejný směr jako fázor proudu.

c) Úbytek napětí na cívce $U_L = IX_L = I\omega L$ předbíhá proud o úhel 90° (tj. $\pi/2$), a proto jeho fázor nakreslíme v kladném směru svislé osy.

d) Úbytek napětí na kondenzátoru $U_C = IX_C = I(1/\omega C)$ je zpožděn za proudem o úhel 90° (tj. $\pi/2$), takže jeho fázor kreslíme v záporném směru svislé osy.

e) Geometrický součet fázorů úbytků napětí $\boldsymbol{U}_R$, $\boldsymbol{U}_L$ a $\boldsymbol{U}_C$ se rovná fázoru svorkového napětí zdroje $\boldsymbol{U}$.

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_R + \boldsymbol{U}_L + \boldsymbol{U}_C$$

Mezi svorkovým napětím a proudem je fázový posun φ kladný nebo záporný podle toho, zda má výsledná reaktance charakter indukčnosti nebo kapacity. Převládá-li v obvodu indukčnost nad kapacitou $(X_L > X_C)$, je proud zpožděn za svorkovým napětím a fázový posun je kladný, $+\varphi$. V obvodu, ve kterém převládá kapacita nad indukčností $(X_C > X_L)$, předbíhá proud svorkové napětí a fázový posun je záporný, $-\varphi$.

Po nakreslení fázorového diagramu řešíme obvod matematicky. Předpokládejme, že $X_L > X_C$.

Z trojúhelníku napětí vypočítáme svorkové napětí

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Výraz s odmocninou je impedance uvažovaného obvodu

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Platí tedy

$$U = IZ$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{Z}$$

Admitance obvodu

$$Y = \frac{1}{Z}$$

Z trojúhelníků odporů vyplývá (obr. 188)

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

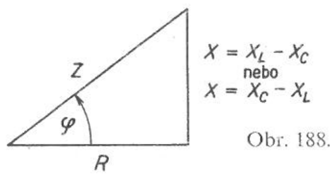
$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$\sin\varphi = \frac{X}{Z} = \frac{X_L - X_C}{Z} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{Z} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega ZC}$$

$$\text{tg}\ \varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{\omega^2 LC - 1}{R\omega C}$$

$$R = Z\cos\varphi \qquad X = Z\sin\varphi$$

Pro obvod, ve kterém převládá kapacita nad indukčností ($X_C > X_L$), je ve všech odvozených vztazích výsledná reaktance $X = X_C - X_L$.



Obr. 188. Trojúhelník odporů

Příklad 63: Rezistor s činným odporem 14,5 Ω, cívka s indukčností 0,2 H a kondenzátor s kapacitou 150 μF jsou zapojeny v sérii a obvodem prochází proud 5 A. Určete svorkové napětí s kmitočtem 50 Hz, úbytky napětí U_R, U_L, U_C, indukční a kapacitní reaktance X_L a X_C, impedanci Z a fázový posun φ.

Schéma zapojení a fázorový diagram jsou na obr. 186 a 187.

$R = 14{,}5\ \Omega$, $L = 0{,}2\ \text{H}$, $C = 150\ \mu\text{F} = 150 \,.\, 10^{-6}\ \text{F}$, $I = 5\ \text{A}$, $f = 50\ \text{Hz}$

Nejdříve určíme indukční a kapacitní reaktance.

$$X_L = \omega L = 2\,.\,\pi f L = 2\,.\,3{,}14\,.\,50\,.\,0{,}2\ \Omega = 62{,}8\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\,.\,\pi f C} = \frac{1}{2\,.\,3{,}14\,.\,50\,.\,150\,.\,10^{-6}}\ \Omega = 21{,}2\ \Omega$$

Úbytky napětí

$$U_R = IR = 5\,.\,14{,}5\ \text{V} = 72{,}5\ \text{V}$$

$$U_L = IX_L = 5\,.\,62{,}8\ \text{V} = 314\ \text{V}$$

$$U_C = IX_C = 5\,.\,21{,}2\ \text{V} = 106\ \text{V}$$

Podle fázorového diagramu je svorkové napětí

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{72{,}5^2 + (314 - 106)^2}\ \text{V} =$$
$$= \sqrt{48\,520}\ \text{V} \doteq 220\ \text{V}$$

Impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5}\ \Omega = 44\ \Omega$$

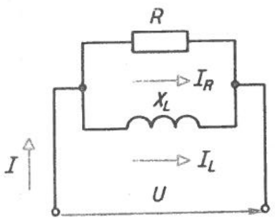
Fázový posun

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{14{,}5\ \Omega}{44\ \Omega} \doteq 0{,}233\,95$$

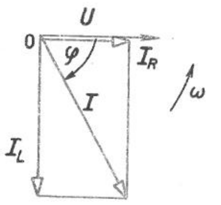
$$\varphi \doteq 70°46'$$

7.14.5. Paralelní zapojení rezistoru a cívky

Schéma paralelního obvodu s rezistorem s činným odporem R a ideální cívkou s indukčností L je na obr. 189. Fázorový diagram je na obr. 190. Při kreslení fázorového diagramu vycházíme od řídicího fázoru; tím je při paralelním zapojení fázor svorkového napětí $\boldsymbol{U}$, neboť je na rezistoru i na cívce stejné napětí. Řídicí fázor $\boldsymbol{U}$ ve zvolené velikosti nakreslíme do kladného směru vodorovné osy. Proud procházející rezistorem je ve fázi



Obr. 189. Rezistor a cívka zapojené paralelně



Obr. 190. Fázorový diagram pro obvod na obr. 189

se svorkovým napětím, a proto jeho fázor $\mathbf{I}_R$ kreslíme ve směru fázoru svorkového napětí. Proud procházející cívkou je zpožděn za svorkovým napětím o úhel 90° (tj. $\pi/2$). Jeho fázor $\mathbf{I}_L$ kreslíme ve směru záporné svislé osy. Geometrickým sečtením fázorů $\mathbf{I}_R$ a $\mathbf{I}_L$ dostaneme fázor výsledného proudu procházejícího obvodem

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R + \mathbf{I}_L$$

Dosadíme-li za $I_R = U/R$ a za $I_L = U/X_L$, dostaneme podle Pythagorovy věty

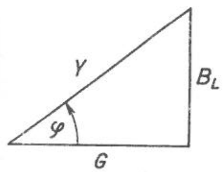
$$I = \sqrt{\frac{U^2}{R^2} + \frac{U^2}{X_L^2}} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$$

Výraz pod odmocninou je admitance obvodu Y

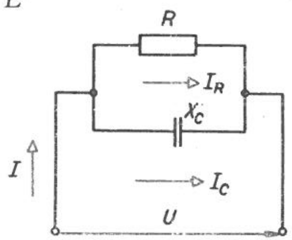
$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R^2 \omega^2 L^2}} = \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{R\omega L}$$

Převrácená hodnota admitance je impedance Z

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$



Obr. 191. Trojúhelník vodivostí



Obr. 192. Rezistor a kondenzátor zapojené paralelně

Dělíme-li proudy I, I_R a I_L napětím U, můžeme sestrojit trojúhelník vodivostí se stranami $G = I_R/U$, $B_L = I_L/U$, $Y = I/U$ (obr. 191). Z trojúhelníku vodivostí dostaneme

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

a z trojúhelníku proudů

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

Fázový posun určíme ze vztahu

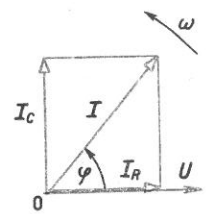
$$\cos\varphi = \frac{G}{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\sin\varphi = \frac{B_L}{Y} = \frac{\frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{\omega L}$$

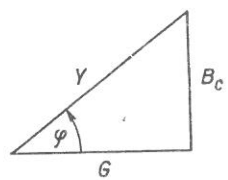
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{B_L}{G} = \frac{\frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{\omega L}$$

7.14.6. Paralelní zapojení rezistoru a kondenzátoru

Schéma paralelního obvodu s rezistorem s činným odporem R a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je na obr. 192. Příslušný fázorový diagram je na obr. 193. Na rezistoru a kondenzátoru je stejné svorkové napětí, takže řídicím fázorem je zde opět fázor svorkového napětí U. Nakreslíme



Obr. 193. Fázorový diagram pro obvod na obr. 192



Obr. 194. Trojúhelník vodivostí

ho tedy do kladného směru vodorovné osy. Proud procházející rezistorem je ve fázi se svorkovým napětím a jeho fázor nakreslíme do směru svorkového napětí. Proud procházející kondenzátorem předbíhá svorkové napětí o úhel 90° (tj. $\pi/2$). Jeho fázor $\boldsymbol{I}_C$ kreslíme do kladného směru svislé osy. Fázor výsledného proudu $\boldsymbol{I}$ dostaneme geometrickým součtem fázorů $\boldsymbol{I}_R$ a $\boldsymbol{I}_C$.

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_R + \boldsymbol{I}_C$$

Podle Pythagorovy věty platí

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{\frac{U^2}{R^2} + U^2\omega^2C^2}$$

$$I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2C^2}$$

Z trojúhelníku vodivostí (obr. 194) je admitance obvodu

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2C^2} = \sqrt{\frac{1 + R^2\omega^2C^2}{R^2}} = \frac{\sqrt{1 + R^2\omega^2C^2}}{R}$$

Převrácená hodnota admitance je impedance

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + R^2\omega^2C^2}}$$

Proud procházející obvodem

$$I = UY = \frac{U}{Z}$$

Z trojúhelníku vodivostí plyne

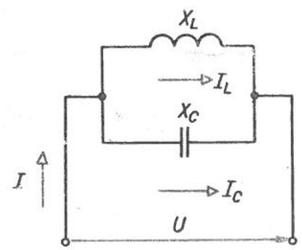
$$\cos\varphi = \frac{G}{Y} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

$$\sin\varphi = \frac{B_C}{Y} = \frac{\omega C}{\frac{1}{Z}} = Z\omega C$$

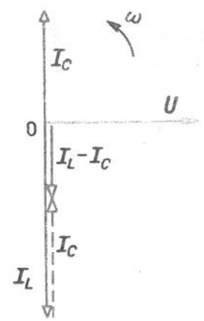
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{B_C}{G} = \frac{\omega C}{\frac{1}{R}} = R\omega C$$

7.14.7. Paralelní zapojení cívky a kondenzátoru

Schéma paralelního obvodu s ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je na obr. 195. Jeho fázorový diagram je na obr. 196.



Obr. 195. Cívka a kondenzátor zapojené paralelně



Obr. 196. Fázorový diagram pro obvod na obr. 195

Řídicím fázorem je fázor svorkového napětí $\boldsymbol{U}$; ten nakreslíme do kladného směru vodorovné osy. Proud procházející cívkou se za svorkovým napětím zpožďuje o úhel 90° (tj. $\pi/2$), a proto jeho fázor $\boldsymbol{I}_L$ kreslíme do směru záporné svislé osy. Proud procházející kondenzátorem předbíhá svorkové napětí o úhel 90° (tj. $\pi/2$). Jeho fázor $\boldsymbol{I}_C$ kreslíme do kladného směru svislé osy. Fázor výsledného proudu $\boldsymbol{I}$ dostaneme geometrickým součtem fázorů $\boldsymbol{I}_L$ a $\boldsymbol{I}_C$. Při $I_L > I_C$ má obvod indukční charakter, kdežto při $I_C > I_L$ má charakter kapacitní.

Předpokládejme, že $I_L > I_C$. Potom platí $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_L - \boldsymbol{I}_C$.

$$I = \frac{U}{\omega L} - U\omega C = U\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = U\frac{1 - \omega^2LC}{\omega L}$$

Zlomek $1 - \omega^2LC/\omega L$ je jalová indukční vodivost (susceptance) B_L obvodu a její převrácená hodnota je výsledná indukční reaktance obvodu

$$X_L = \frac{\omega L}{1 - \omega^2LC}$$

Proud procházející obvodem

$$I = UB_L = \frac{U}{X_L}$$

Je-li $I_C > I_L$, je výsledná kapacitní susceptance obvodu

$$B_C = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega L}$$

a výsledná kapacitní reaktance je

$$X_C = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

Rovná-li se indukční vodivost B_L kapacitní vodivosti B_C, rovná se výsledná vodivost obvodu nule a v ustáleném stavu neprochází přívody obvodu žádný proud; $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_L - \boldsymbol{I}_C = 0$ A.
Kondenzátor se vybíjí a nabíjí proudem procházejícím cívkou.

Příklad 64: Jak velký proud prochází obvodem složeným z cívky s indukčností 3 H a kondenzátoru s kapacitou 20 μF, zapojených paralelně a připojených na svorkové napětí 220 V, 50 Hz.

První způsob řešení:
$L = 3$ H, $C = 20\ \mu F = 20 \,.\, 10^{-6}$ F, $U = 220$ V, $f = 50$ Hz

Indukční reaktance

$$X_L = \omega L = 2 \,.\, \pi f L = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 3\ \Omega = 942\ \Omega$$

Kapacitní reaktance

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 50 \,.\, 20 \,.\, 10^{-6}}\ \Omega = \frac{10^6}{314 \,.\, 20}\ \Omega = 159{,}2\ \Omega$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = \frac{220}{314 \,.\, 3}\ \text{A} = 0{,}23\ \text{A}$$

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = U\omega C = 220 \,.\, 314 \,.\, 20 \,.\, 10^{-6}\ \text{A} = 1{,}38\ \text{A}$$

Celkový proud procházející obvodem

$$I = I_C - I_L = (1{,}38 - 0{,}23)\ \text{A} = 1{,}15\ \text{A}$$

Druhý způsob řešení:
Výsledná reaktance obvodu

$$X = \frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1} = \frac{314 \,.\, 3}{314^2 \,.\, 3 \,.\, 20 \,.\, 10^{-6} - 1}\ \Omega = 191{,}46\ \Omega$$

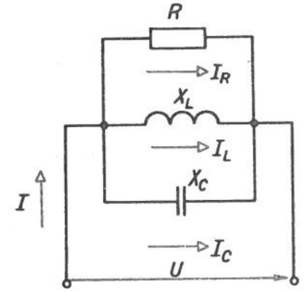
Celkový proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{X} = \frac{220}{191{,}46}\ \text{A} = 1{,}15\ \text{A}$$

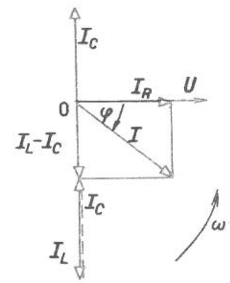
Z výpočtu je vidět, že příklad lze řešit několika způsoby, ale při řešení se snažíme volit jednodušší postup.

7.14.8. Paralelní zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru

Při paralelním zapojení rezistoru s činným odporem R, ideální cívkou s indukčností L a ideálním kondenzátorem s kapacitou C je svorkové napětí zdroje na všech paralelních větvích stejné (obr. 197). Fázorový diagram na obr. 198 nakreslíme podle pravidel uvedených v předcházejících článcích.



Obr. 197. Rezistor, cívka a kondenzátor zapojené paralelně



Obr. 198. Fázorový diagram pro obvod na obr. 197

Proud procházející rezistorem

$$I_R = \frac{U}{R} = UG$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = UB_L$$

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = \frac{U}{X_C} = U\omega C = UB_C$$

Fázor celkového proudu $\boldsymbol{I}$ procházejícího obvodem dostaneme, sečteme-li geometricky fázory $\boldsymbol{I}_R$, $\boldsymbol{I}_{LC}$ a $\boldsymbol{I}_C$.
Pro $I_L > I_C$ platí podle Pythagorovy věty

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

$$I = U\sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

Výraz pod odmocninou je admitance obvodu

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

Převrácená hodnota admitance je impedance

$$Z = \frac{1}{Y}$$

Fázový posun vyplývá z trojúhelníku proudů nebo z trojúhelníku vodivostí

$$\cos\varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{Z}} = \frac{G}{Y} = \frac{Z}{R}$$

Příklad 65: Rezistor s činným odporem 44 Ω, cívka s indukčností 0,7 H a kondenzátor s kapacitou 50 μF jsou zapojeny paralelně a připojeny na zdroj napětí 220 V, 50 Hz. Určete I_R, I_L, I_C, I, Z, Y a φ.
$R = 44\,\Omega$, $L = 0{,}7\,\mathrm{H}$, $C = 50\,\mu\mathrm{F} = 50\,.\,10^{-6}\,\mathrm{F}$, $U = 220\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$
Proud procházející rezistorem

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{44} = 5\,\mathrm{A}$$

Proud procházející cívkou

$$I_L = \frac{U}{\omega L} = \frac{220}{314\,.\,0{,}7}\,\mathrm{A} \doteq 1\,\mathrm{A}$$

Proud procházející kondenzátorem

$$I_C = U\omega C = 220\,.\,314\,.\,50\,.\,10^{-6}\,\mathrm{A} = 3{,}45\,\mathrm{A}$$

Celkový proud procházející obvodem

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{5^2 + (3{,}45 - 1)^2}\,\mathrm{A} = \sqrt{31}\,\mathrm{A}$$

$$I = 5{,}57\,\mathrm{A}$$

Impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5{,}57}\,\Omega \doteq 42\,\Omega$$

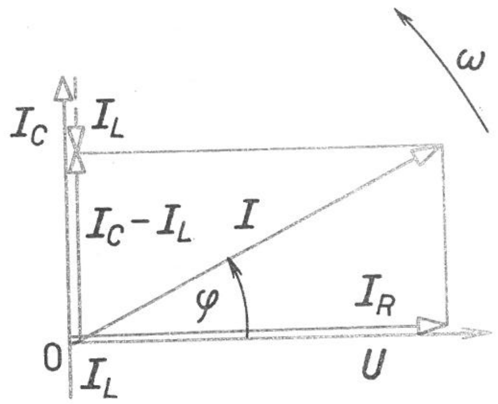
Admitance

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{42}\,\mathrm{S} \doteq 0{,}024\,\mathrm{S}$$

Fázový posun

$$\cos\varphi = \frac{Z}{R} = \frac{42}{44} = 0{,}954\,5\,; \qquad \varphi = 5°30'$$

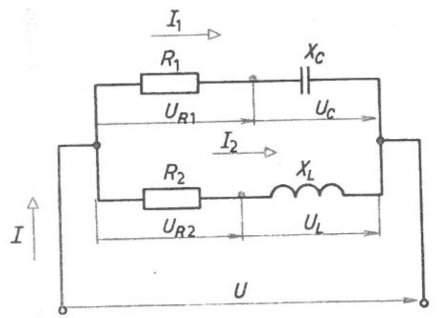
Fázorový diagram nakreslený v měřítku je na obr. 199. Měřítko napětí: 1 cm ≙ 40 V, měřítko proudu: 1 cm ≙ 1 A.



Obr. 199. Fázorový diagram k příkladu 63

▽ *Příklad 66*: Rezistory, kondenzátor a cívka jsou zapojeny podle obr. 200. Činné odpory $R_1 = 24\,\Omega$ a $R_2 = 6\,\Omega$, kapacitní reaktance $X_C = 7\,\Omega$ a indukční reaktance $X_L = 8\,\Omega$. Obvod je připojen na zdroj napětí 100 V, 50 Hz.

Určete: a) impedanci větve s kondenzátorem a cívkou, b) proudy I_1, I_2, c) napětí U_{R1}, U_{R2}, U_C, U_L, d) fázové posuny ve větvích, e) proud odebíraný ze zdroje, f) impedanci a admitanci obvodu, g) fázový posun obvodu, h) kapacitu a indukčnost obvodu, ch) odpor a reaktanci náhradního obvodu.



Obr. 200. Schéma obvodu k příkladu 64

Fázorový diagram na obr. 201 nakreslíme takto: Nejdříve nakreslíme fázor **U** svorkového napětí, které je pro obě větve společné. Proud $\boldsymbol{I}_1$ předbíhá svorkové napětí **U** o úhel φ_1. S proudem $\boldsymbol{I}_1$ je ve fázi napětí $\boldsymbol{U}_{R1}$ a k němu je kolmé napětí $\boldsymbol{U}_C$. Opíšeme proto kružnici s průměrem U. Bod, ve kterém fázor $\boldsymbol{U}_{R1}$ protne kružnici, spojíme s koncem fázoru **U**, a tím dostaneme pravoúhlý trojúhelník $\boldsymbol{U}_{R1}\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}_C$. Proud $\boldsymbol{I}_2$ je zpožděn za svorkovým napětím **U** o úhel φ_2 a je ve fázi s napětím $\boldsymbol{U}_{R2}$. Stejným způsobem nakreslíme pravoúhlý trojúhelník napětí $\boldsymbol{U}_{R2}\boldsymbol{U}\boldsymbol{U}_L$. Výsledný proud se rovná geometrickému součtu $\boldsymbol{I}_1$ a $\boldsymbol{I}_2$. Fázový posun proudu **I** proti svorkovému napětí **U** je φ.

$R_1 = 24\,\Omega$, $R_2 = 6\,\Omega$, $X_C = 7\,\Omega$, $X_L = 8\,\Omega$, $U = 220$ V, $f = 50$ Hz

a) Impedance větve R_1C

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_C^2} = \sqrt{24^2 + 7^2}\,\Omega = \sqrt{625}\,\Omega = 25\,\Omega$$

Impedance větve R_2L

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}\,\Omega = \sqrt{100}\,\Omega = 10\,\Omega$$

b) Proudy I_1 a I_2

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{25}\,\mathrm{A} = 4\,\mathrm{A}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{100}{10}\,\mathrm{A} = 10\,\mathrm{A}$$

c) Úbytky napětí na rezistorech, kondenzátoru a cívce

$$U_{R1} = I_1R_1 = 4 \,.\, 24\,\mathrm{V} = 96\,\mathrm{V}$$

$$U_{R2} = I_2R_2 = 10 \,.\, 6\,\mathrm{V} = 60\,\mathrm{V}$$

$$U_C = I_1X_C = 4 \,.\, 7\,\mathrm{V} = 28\,\mathrm{V}$$

$$U_L = I_2X_L = 10 \,.\, 8\,\mathrm{V} = 80\,\mathrm{V}$$

d) Fázové posuny ve větvích

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{24}{25} = 0{,}96$$

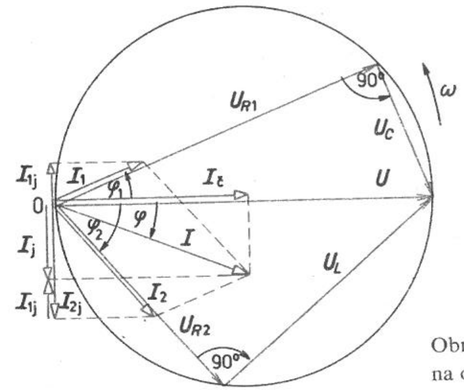
$$\varphi_1 = 16°15'37''$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{X_C}{Z_1} = \frac{7}{25} = 0{,}28$$

$$\cos\varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{6}{10} = 0{,}6$$

$$\sin\varphi_2 = \frac{X_L}{Z_2} = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

$$\varphi_2 = 53°7'48''$$



Obr. 201. Fázorový diagram obvodu na obr. 200

e) Proud odebíraný ze zdroje určíme sečtením proudů I_1 a I_2. Abychom jej vypočítali, rozložíme fázory proudu $\boldsymbol{I}_1$ a $\boldsymbol{I}_2$ do vodorovné a svislé osy. Složka proudu ve vodorovné ose

$$I_x = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2$$
$$I_x = (4 \,.\, 0{,}96 + 10 \,.\, 0{,}6)\ \mathrm{A} = 9{,}84\ \mathrm{A}$$

Složka proudu ve svislé ose

$$I_y = I_2 \sin \varphi_2 - I_1 \sin \varphi_1$$
$$I_y = (10 \,.\, 0{,}8 - 4 \,.\, 0{,}28)\ \mathrm{A}$$
$$I_y = 6{,}88\ \mathrm{A}$$

Celkový proud odebíraný ze zdroje vypočítáme podle Pythagorovy věty

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{9{,}84^2 + 6{,}88^2}\ \mathrm{A} = \sqrt{114{,}16}\ \mathrm{A} = 12\ \mathrm{A}$$

f) Impedance a admitance obvodu

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{12}\ \Omega = 8{,}33\ \Omega$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{8{,}33}\ \mathrm{S} = 0{,}12\ \mathrm{S}$$

g) Fázový posun v obvodu

$$\cos \varphi = \frac{I_x}{I} = \frac{9{,}84}{12} = 0{,}82$$

$$\varphi = 34°55'$$

$$\sin \varphi = \frac{I_y}{I} = \frac{6{,}88}{12} = 0{,}573$$

h) Kapacita kondenzátoru a indukčnost cívky zapojených v obvodu

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \,.\, 7}\ \mathrm{F} = 0{,}000\,455\ \mathrm{F} = 455\ \mu\mathrm{F}$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{8}{314}\ \mathrm{H} = 0{,}025\,5\ \mathrm{H} = 25{,}5\ \mathrm{mH}$$

ch) Obvod lze nahradit rezistorem s odporem

$$R_{\mathrm{n}} = Z \cos \varphi = 8{,}33 \,.\, 0{,}82\ \Omega = 6{,}83\ \Omega$$

a cívkou s reaktancí

$$X_{\mathrm{n}L} = Z \sin \varphi = 8{,}33 \,.\, 0{,}573\ \Omega = 4{,}78\ \Omega$$

Indukčnost této cívky

△ $$L_{\mathrm{n}} = \frac{X_{\mathrm{n}L}}{\omega} = \frac{4{,}78}{314}\ \mathrm{H} = 0{,}015\,2\ \mathrm{H} = 15{,}2\ \mathrm{mH}$$

7.15. OTÁZKY A CVIČENÍ

1. Co to je složený obvod střídavého proudu?
2. Co je to impedance elektrického obvodu?
3. Co je to admitance elektrického obvodu a jak se vypočítá z impedance?
4. Která fyzikální veličina je řídicím fázorem při sériovém zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru?
5. Která fyzikální veličina je řídicím fázorem při paralelním zapojení rezistoru, cívky a kondenzátoru?
6. Vysvětlete postup při kreslení fázorového diagramu sériového obvodu, ve kterém jsou zapojeny rezistor, cívka a kondenzátor.
7. Vysvětlete postup při kreslení fázorového diagramu paralelního obvodu, ve kterém jsou zapojeny rezistor, cívka a kondenzátor.
8. Co je to fázový posun a z čeho jej určíme?
9. Vyjmenujte strany trojúhelníku odporů a určete, pro který obvod jej kreslíme.
10. Vyjmenujte strany trojúhelníku vodivostí a určete, pro který obvod jej kreslíme.
11. Rezistor s činným odporem 4 Ω a cívka s indukční reaktancí 3 Ω jsou zapojeny v sérii a připojeny na napětí 24 V, 50 Hz. Nakreslete fázorový diagram a určete: Z, I, φ, L, U_R a U_L.
12. Rezistor s činným odporem 12 Ω a kondenzátor s kapacitní reaktancí 5 Ω jsou zapojeny v sérii a připojeny na napětí 26 V, 50 Hz. Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a určete: Z, I, φ, U_R, U_C a C.
13. Cívka s indukčností 0,5 H a rezistor s činným odporem 368 Ω jsou paralelně připojeny ke zdroji napětí 220 V, 50 Hz. Nakreslete schéma zapojení a vypočítejte: I_R, I_L, I, Z, φ.
14. Kondenzátor s kapacitou 332 μF a rezistor s činným odporem 12 Ω jsou připojeny paralelně na napětí 48 V, 50 Hz. Nakreslete schéma zapojení, fázorový diagram a vypočítejte: I_R, I_C, I, Z a φ.